

1.1. Introdução

Muito mais do que uma causa, as vias de comunicação devem ser encaradas como uma consequência da civilização. Desde sempre o objectivo dos construtores de estradas foi a procura do mais curto traçado, a limitação do valor da inclinação das rampas e a utilização de pavimentos resistentes e sujeitos a poucas deformações. Com a invenção do veículo automóvel no decurso do século XVII e com o seu rápido desenvolvimento, foram introduzidas novas exigências no que respeita à construção e manutenção de novas estradas bem como nas características a adoptar nos respectivos projectos em função das velocidades praticadas, tendo em conta a comodidade e a segurança dos utilizadores dessas estradas.

O transporte de pessoas e mercadorias é o reflexo das diferentes actividades existentes numa sociedade, sendo um factor determinante para a qualidade de vida da população. O sistema de transportes tem como elementos essenciais as pessoas, os veículos e as infra-estruturas utilizadas no transporte. As vias de comunicação terrestres, rodoviárias ou ferroviárias, devem permitir o transporte de pessoas e mercadorias com os menores custos operacionais, sendo o percurso mais rápido igualmente um objectivo, embora estes requisitos sejam, normalmente, incompatíveis (os custos operacionais referem-se ao dinheiro que gasta uma empresa ou organização para o desenvolvimento das suas actividades; os custos operacionais correspondem aos salários do pessoal, ao arrendamento de instalações ou equipamentos, à compra de provisões, entre outros, ou seja, os custos operacionais são as despesas destinadas a manter um activo na sua condição existente ou a modifica-lo para que volte a estar em condições apropriadas de trabalho; os custos operacionais podem dividir-se em custos administrativos (remunerações, serviços de escritório), financeiros (juros, emissão de cheques), custos não recuperáveis (custos tendo sido pagos definitivamente, não podendo ser reembolsados nem recuperados por outro meio) e despesas de representação (viagens, refeições, alojamento, etc.). Os custos operacionais também são conhecidos como custos indirectos, já que embora suponham gastos relacionados com o bom funcionamento do negócio, não são investimentos, como a compra de uma máquina, por exemplo).

De entre as vias de comunicação terrestres, a estrada é sem dúvida a mais conhecida pela sua utilização corrente e generalizada, sendo evidente na maioria dos países a importância actual das redes rodoviárias como componentes básicas dos respectivos sistemas de transportes. Apesar das vantagens que o transporte por estrada apresenta, nomeadamente quanto à acessibilidade proporcionada, reconhecem-se-lhe alguns inconvenientes, entre os quais os respeitantes ao congestionamento e segurança dos respectivos tráfegos e os decorrentes quer dos impactes ambientais negativos (poluição atmosférica, sonora, etc.) quer dos consumos energéticos envolvidos na sua utilização. Não se prevêem contudo, num horizonte próximo, decréscimos significativos das taxas de motorização actuais; pelo contrário, são ainda de esperar aumentos dessas taxas com a consequente necessidade de elevados investimentos em infra-estruturas rodoviárias.

Existem diversos factores que não permitem projectar e construir uma via de comunicação segundo a distância mais curta entre dois pontos A e B, como por exemplo:

- 1) obstáculos naturais (montanhas, rios, lagos, etc.),
- 2) terrenos particulares ou reservados (terrenos com boa aptidão agrícola, etc.),
- 3) fornecimento de acesso a áreas intermédias entre os pontos extremos, residenciais ou outras.

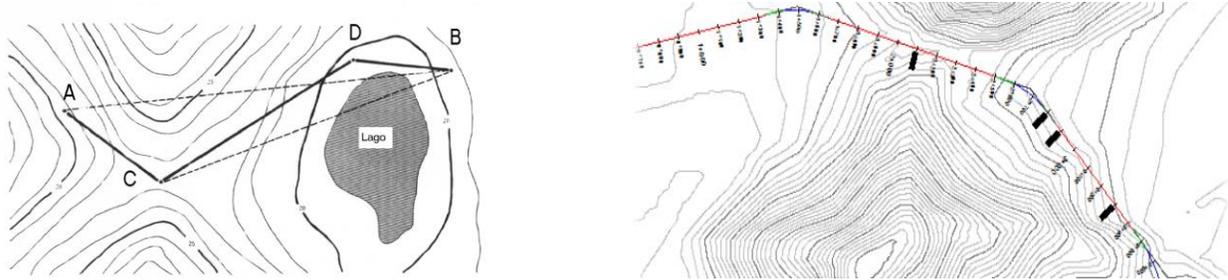


figura 1.1. a) Planeamento de uma via de comunicação unindo os pontos A e B; b) Curvas de concordância horizontais

Partindo dos pontos extremos A e B (pontos de passagem obrigatória ou pontos forçados), definem-se, no caso de não ser viável um traçado rectilíneo entre estes pontos, as posições mais favoráveis à passagem da via de comunicação (figura 1.1.a.): caso a dificuldade resida na presença de montanhas, é determinado um ponto forçado de passagem C de tal forma que o desnível a vencer seja o menor possível, fazendo com que a directriz AB se divida nos segmentos de recta AC e CB; se entre C e B existir outro obstáculo, como um lago, define-se outro ponto forçado de passagem D. Desta forma, a sucessão de pontos forçados de passagem define uma linha poligonal que indicará a direcção geral do traçado. De um modo geral, não é possível dizer que um determinado traçado seja o único conveniente para um dado local, havendo grande elasticidade na adaptação do projecto à situação particular (topográfica, financeira, integração no meio ambiente, etc.), embora existam princípios fundamentais reconhecidos como básicos (normas de traçado) que devem ser respeitados nas diversas variantes consideradas.

Em Portugal, a exiguidade do território nacional e as relativamente pequenas extensões de planície, agravadas pela ocupação demográfica ao longo dos tempos não ter sido a mais adequada a uma correcta estrutura rodoviária, tiveram como consequência a dificuldade de construção de estradas em boas condições de custo. No entanto, no decurso dos últimos anos, verificou-se uma profunda evolução nas técnicas rodoviárias, quer sob o aspecto de projecto e concepção, quer sob o aspecto de construção. Actualmente procedeu-se ao agrupamento dos centros urbanos em função do seu potencial demográfico, dos serviços de apoio às actividades económicas e às populações e da sua capacidade exterior em três grupos: A – sede de distrito e centros urbanos equiparados, B – centros urbanos de influência supra concelhia mas infra distrital, C – centros urbanos só com influência concelhia. Segundo o Plano Rodoviário Nacional, os Itinerários Principais (IP) assegurarão as ligações entre zonas de nível A; quanto à Rede Complementar, pretende-se que venha a assegurar as ligações entre centros urbanos de nível B e C.

A evolução verificada no domínio rodoviário conduziu a que as administrações a vários níveis – central, regional e local – passassem a ter sob a sua responsabilidade a construção e a manutenção de redes de estradas cada vez mais extensas e complexas, identificadas como redes de tráfego internacional, nacional, municipal e urbano. As estradas existentes em Portugal Continental integram-se em redes viárias urbanas, interurbanas (estradas nacionais e municipais) ou rurais (estradas florestais, militares, etc.). Actualmente, a rede nacional (figura 1.2.) integra apenas duas categorias de estradas, que constituem a rede fundamental (Itinerários Principais (IP), longitudinais e transversais), dela fazendo parte integrante as auto-estradas (uma auto-estrada é caracterizada por sentidos de tráfego fisicamente separados (2 faixas de rodagem, pelo menos 2 pistas em cada direcção, cruzamentos desnivelados que permitem fluxos ininterruptos, acesso exclusivamente pelos nós e circulação reservada a veículos motorizados), que são na sua grande maioria concessionadas, e a rede complementar (Itinerários Complementares (IC) e restantes estradas nacionais – EN – e regionais – ER), sendo ambas administradas pela EP-Estradas de Portugal (anexo 1). As estradas e caminhos municipais e as vias urbanas estão sob administração local.

Define-se tráfego como sendo o conjunto dos veículos, de passageiros ou de mercadorias, que circulam numa via de comunicação, considerados em conjunto ou separadamente. Os resultados recolhidos nos estudos de tráfego são fontes de informação indispensáveis para efeito de planeamento e ordenamento da rede de vias de comunicação.

Considera-se o volume de tráfego como sendo o número de veículos que passa numa dada secção da estrada durante um período de tempo determinado, traduzindo portanto a procura que essa estrada tem, sendo expresso em veículos/hora. Os volumes de tráfego apresentam variações acentuadas durante certos períodos do ano e durante as várias horas do dia, devendo estas variações cíclicas do fluxo de tráfego ser tomadas em consideração para a previsão das características de uma nova via de comunicação.

Frequentemente não existem estatísticas completas e detalhadas dos volumes de tráfego, mas apenas contagens dispersas ou estimativas do tráfego médio diário. Com a finalidade de se calcularem os volumes de tráfego em determinados pontos, utilizam-se contagens de tráfego; consoante o objectivo pretendido, a duração das contagens varia, assim como o método utilizado: contagens automáticas ou contagens manuais. No primeiro caso é necessário dispor de contadores mecânicos ou electrónicos que registam o número de eixos que passam sobre um tubo colocado transversalmente na faixa de rodagem; no segundo método é necessário dispor de pessoal que proceda ao registo dos veículos

O nível de serviço (figura 1.3.) é uma medida das condições de circulação - velocidade, segurança, custo de operação e comodidade - asseguradas aos utilizadores por uma infra-estrutura rodoviária, sendo normalmente caracterizado pela velocidade de operação. A velocidade a que desejam circular os utilizadores de uma determinada estrada é normalmente variável de veículo para veículo e, conseqüentemente, cada condutor só poderá circular à velocidade desejada desde que efectue sucessivas ultrapassagens; se por qualquer razão, as ultrapassagens não são possíveis, formam-se filas de veículos, o que ocasiona perda de tempo. A necessidade de efectuar ultrapassagens aumenta com o quadrado do volume de tráfego e com a diferença de velocidade entre os veículos, sendo tanto maior quanto menor for a velocidade média de tráfego. No caso de estradas de duas vias e com um volume horário de 800 veículos, o número de ultrapassagens, por hora e por quilómetro, pode variar entre 359 e 600, conforme as características do tráfego no que se refere à composição e velocidades desejadas. A extensão das filas numa estrada com duas vias reflecte o equilíbrio entre a necessidade e a possibilidade de ultrapassagens



figura 1.2. Plano Rodoviário Nacional: a rede fundamental tem a extensão de cerca de 2500 km, integrando 9 Itinerários Principais, 3 longitudinais e 6 transversais; a rede complementar tem a extensão de cerca de 7500 km, integrando 37 Itinerários Complementares e as restantes estradas nacionais e regionais (<http://www.estradasdeportugal.pt/index.php/pt/areas-de-atuacao/prn/>)

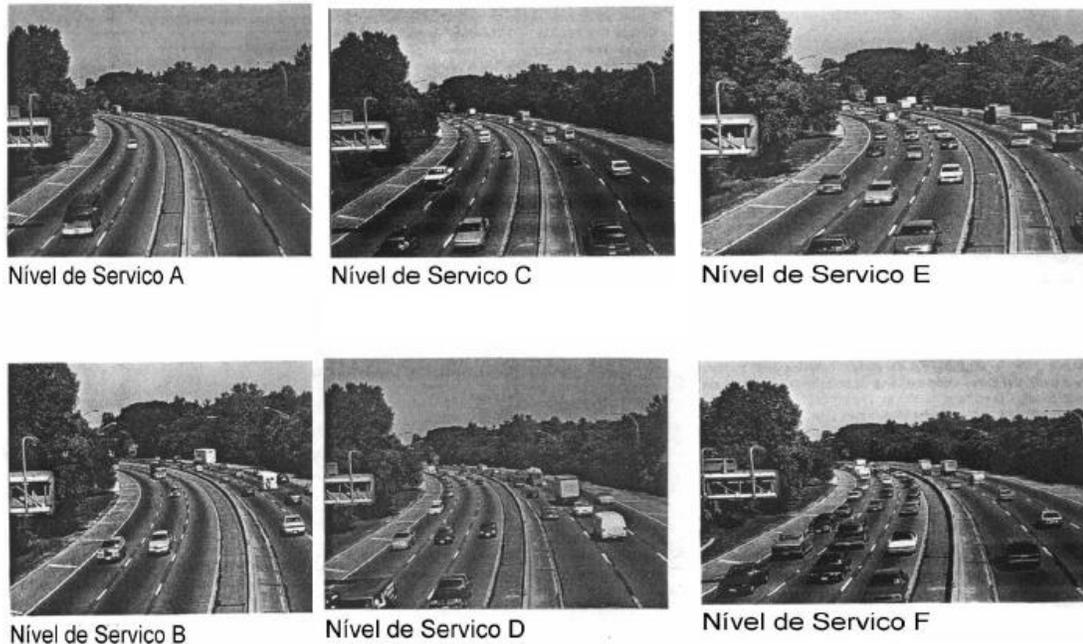


figura 1.3.
 Nível de serviço (ou
 densidade de fluxo =
 fluxo
 horário/velocidade
 média)

A selecção das características técnicas relativas a cada projecto deve ser efectuada em função do nível de serviço e do volume horário de projecto no ano horizonte, que corresponde normalmente ao múltiplo de cinco mais próximo do ano que se obtém adicionando vinte anos à data prevista para a abertura ao tráfego da estrada.

O nível de serviço “A” permite uma circulação livre, pelo que os condutores não são afectados uns pelos outros, sendo a liberdade de escolha da velocidade desejada extremamente elevada. O nível de conforto e conveniência proporcionado é excelente.

O nível de serviço “B” permite correntes de tráfego estáveis mas começa a sentir-se o efeito da presença de outros veículos. A escolha da velocidade desejada não é praticamente afectada, mas há uma diminuição da liberdade de manobra, pois a presença de outros veículos condiciona o comportamento individual.

O nível de serviço “C” permite correntes de tráfego estáveis, mas as condições operacionais dos utilizadores começam a ser seriamente afectadas pela interacção dos outros condutores. A selecção da velocidade é afectada e as manobras requerem grande atenção dos condutores.

O nível de serviço “D” permite correntes de tráfego ainda estáveis mas os volumes são elevados. A velocidade e a liberdade de manobra são severamente restringidas e o nível de conforto e conveniência é diminuto. Um pequeno aumento do volume de tráfego ocasiona normalmente grandes dificuldades de circulação.

O nível de serviço “E” permite uma velocidade baixa mas uniforme para todos os veículos e o conforto e conveniência são extremamente diminutos, sendo a frustração elevada. A circulação a este nível é instável, pelo que um pequeno aumento do volume ou a menor perturbação na corrente de tráfego provocará a interrupção da circulação.

O nível de serviço “F” corresponde à circulação forçada com interrupções. Este nível de serviço verifica-se quando o volume de tráfego excede a capacidade da estrada, provocando a formação de filas de espera. As condições operacionais caracterizam-se por pára-arranca, sendo fortemente instáveis.

Actualmente, o nível de serviço de uma estrada é definido com base na perda de tempo máxima admissível e na velocidade média do tráfego. A percentagem de perda de tempo reflecte a mobilidade possível, sendo definida como a percentagem média de tempo perdido por todos os veículos em virtude de serem obrigados a circular em filas devido à impossibilidade de efectuarem ultrapassagens.

Considerando o consumo de combustível e o tempo de percurso verificou-se, nos estudos efectuados em Portugal nos anos 80, que o menor custo de operação para veículos ligeiros de passageiros correspondia a velocidades da ordem dos 90 km/h em estradas de duas vias e dos 100 km/h nas auto-estradas, isto é, ao nível de serviço “B”. As eventuais restrições financeiras aos projectos implicam uma redução no nível de serviço pois os custos com as infra-estruturas têm que baixar (o que implica traçados mais longos, com menos pontes e túneis), o que frequentemente tem como consequência o aumento do consumo de combustível dos veículos.

Os Itinerários Principais devem assegurar o nível de serviço “B”, para garantirem correntes de tráfego estáveis, enquanto que os Itinerários Complementares devem assegurar o nível de serviço “C”, devendo o nível de serviço ser mantido em todas as componentes da estrada, incluindo zonas de entrecruzamentos (ramos dos nós de ligação e cruzamentos de nível). As respectivas características estão indicadas na tabela 1.1.:

Nível de serviço	Perdas de tempo	Velocidade média
B	≤ 45%	≥ 80 km/h
C	≤ 60%	≥ 70 km/h

tabela 1.1. Caracterização dos níveis de serviço para as estradas nacionais

O volume de serviço é o número máximo de veículos que podem circular num determinado lanço de uma estrada, num sentido ou em dois, durante uma hora, sem que se alterem as características da circulação correspondentes a esse nível de serviço. A cada nível de serviço corresponde um volume de serviço, o qual depende das características geométricas da estrada e da composição do tráfego. Em estradas com duas vias e para um nível de serviço “B”, em condições ideais, são admissíveis volumes de serviço de 790 veículos; no caso do nível “C”, também em condições ideais, são admissíveis volumes da ordem dos 1200 veículos. No caso de estradas com duas faixas de rodagem por via o volume de serviço por via, em condições ideais, é de 1100 veículos para o nível de serviço “B” e de 1400 para o nível de serviço “C”, para a velocidade base de 100 km/h.

Idealmente, uma rodovia deveria ser projectada de acordo com a sua procura horária máxima prevista, pois dessa forma ela nunca ficaria congestionada, mas seria sobredimensionada e ficaria na maior parte do tempo vazia. Por isso utiliza-se o volume horário de projeto (VHP) ao se projetar uma rodovia, pois ele permite que a rodovia fique congestionada em algumas horas, sem ser anti-económica.

O volume horário de projeto deve ser definido para o ano horizonte. Considera-se normalmente aceitável como volume horário de projeto 10% do tráfego médio diário (segundo estudos recentes, os volumes iguais ou superiores a esta percentagem verificam-se em cerca de 500 horas por ano). Quando se verifique a necessidade de 2x2 vias, deve-se efectuar um estudo económico para um ano horizonte intermédio (10 anos). No caso de a taxa de rentabilidade ser inferior a 12%, deve-se construir, numa primeira fase, uma estrada com duas vias.

Na execução de um projecto devem ser tomados em consideração a capacidade do condutor em avaliar as condições de utilização da estrada (e aperceber-se atempadamente da existência de um perigo potencial, actuando de forma conveniente para evitá-lo) e os efeitos que a estrada tem nos ocupantes do veículo, de forma a minimizar a ocorrência de acidentes (o traçado é, no entanto, baseado em hipóteses simplificadoras relativas ao comportamento dos condutores e às características dos veículos, as quais não sendo constantes, não podem ser consideradas de uma forma exaustiva).



figura 1.4. Exemplos de estradas acompanhando a topografia (terreno ondulado e terreno montanhoso)

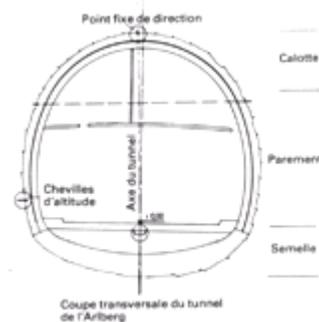
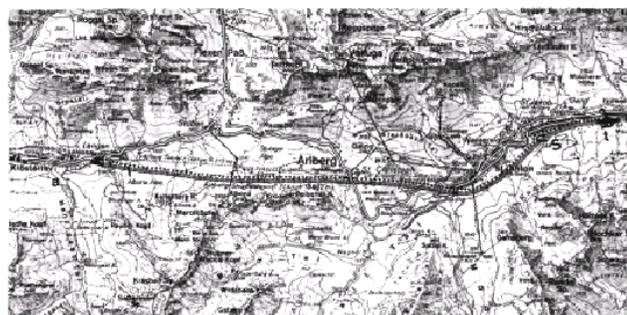
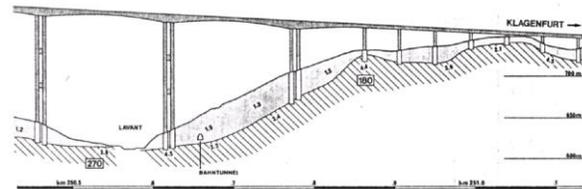
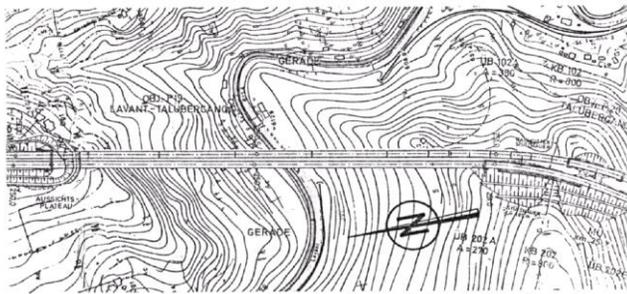


figura 1.5. Transposição de um vale através de um viaduto (em cima) e de uma montanha através de um túnel (em baixo)

O traçado de uma via de comunicação, que acompanha a topografia do terreno (figura 1.4.) exceptuando os casos dos túneis e pontes (figura 1.5.), tem uma configuração espacial complexa que deve ser representada (figura 1.6.) quer em planta – directriz - (projectão ortogonal num plano horizontal, indicando distâncias horizontais entre pontos) - quer em perfil longitudinal – rasante - (planificação num plano vertical, indicando distâncias verdadeiras entre pontos) quer em perfil transversal . O objectivo de um projecto é garantir a concepção de estradas seguras (selecção óptima da directriz e da rasante, do tipo de revestimento do pavimento, etc.) e cómodas, que satisfaçam a procura e o escoamento do tráfego e se integrem no meio ambiente nas melhores condições, com custos de construção e manutenção aceitáveis (figura 1.6.).

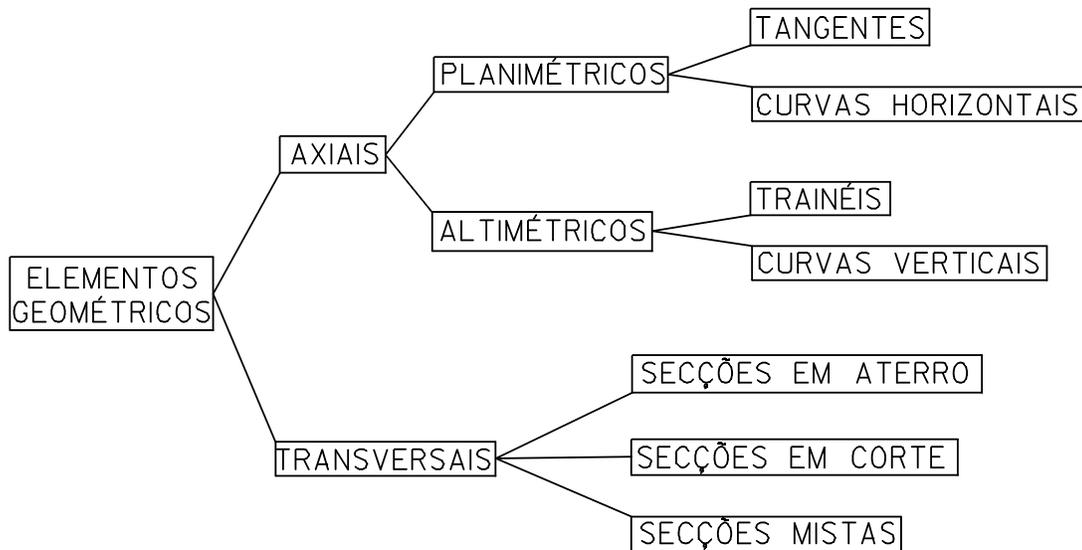


figura 1.6. Elementos geométricos de projecto

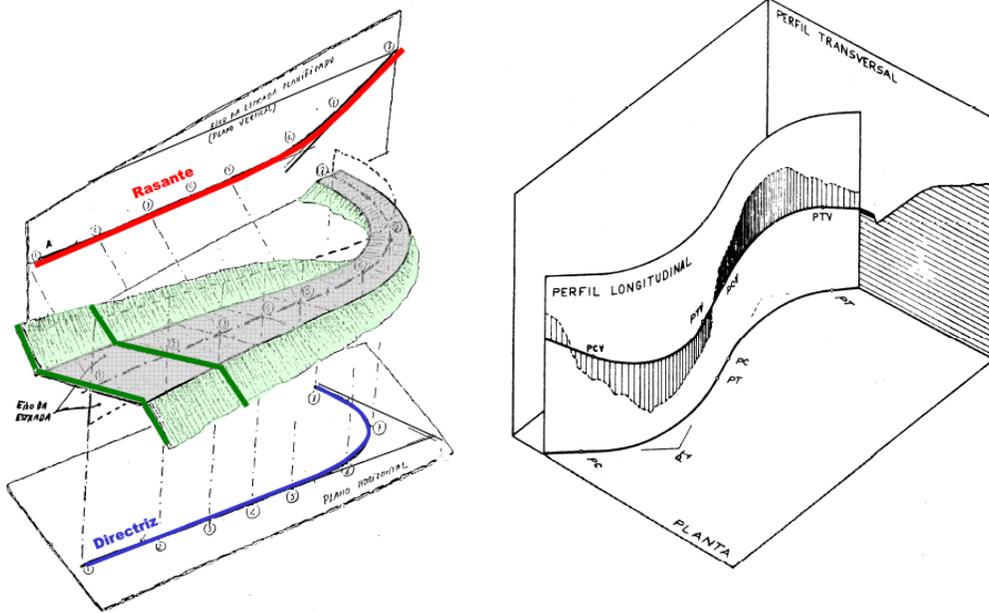
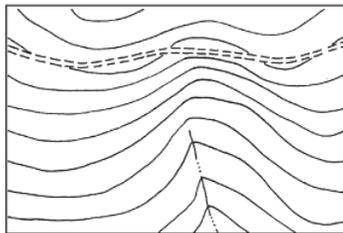
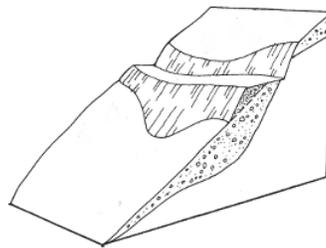


figura 1.7. Eixo da estrada: superfície regradada cuja directriz vertical coincide sucessivamente com o eixo dos perfis transversais (uma superfície regradada é gerada por uma linha recta, chamada de geratriz, que se move no espaço na direcção dada por uma ou mais linhas rectas ou curvas).

Em qualquer estrada é importante que o seu aspecto seja agradável. Desta forma, a directriz, a rasante e o perfil transversal devem harmonizar-se com o meio ambiente, devendo a destruição de vegetação existente ser minimizada, assim como o efeito das escavações e aterros (figura 1.8.).



Vista ortogonal



Vista perspectiva

O percurso mais plano (em cima) causa movimentos de terra (escavações e aterros) maiores

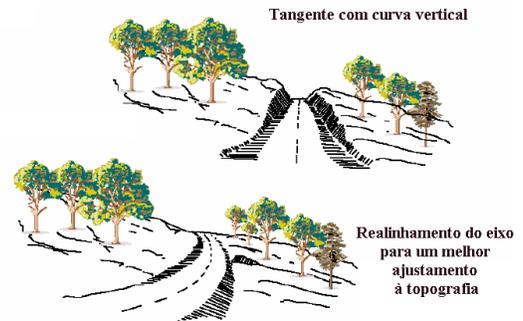
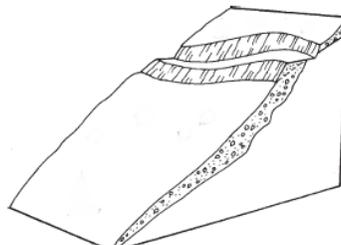
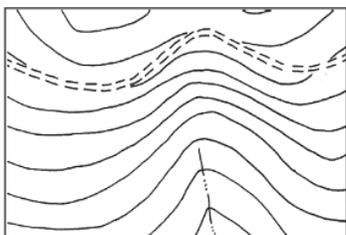


figura 1.8. Integração da estrada na paisagem

As fases a considerar num projecto de via de comunicação são as seguintes:

1. programa preliminar: definem-se os objectivos da obra, a sua localização, estabelecida por meio de elementos topográficos adequados e as características gerais a que deve satisfazer;

2. programa base: é efectuada uma análise conducente a estudos de viabilidade técnica e económica, separando-se na estimativa geral dos custos a parte relativa a custos de investimento inerentes à construção do empreendimento e a parte relativa aos custos de exploração e manutenção; nesta fase pode ainda não existir uma solução única, sendo consideradas e analisadas as várias soluções possíveis (solução base e soluções alternativas), dando as peças desenhadas (utiliza-se normalmente a cartografia 1/25.000 existente) uma ideia muito geral dos traçados (figura 1.9.);

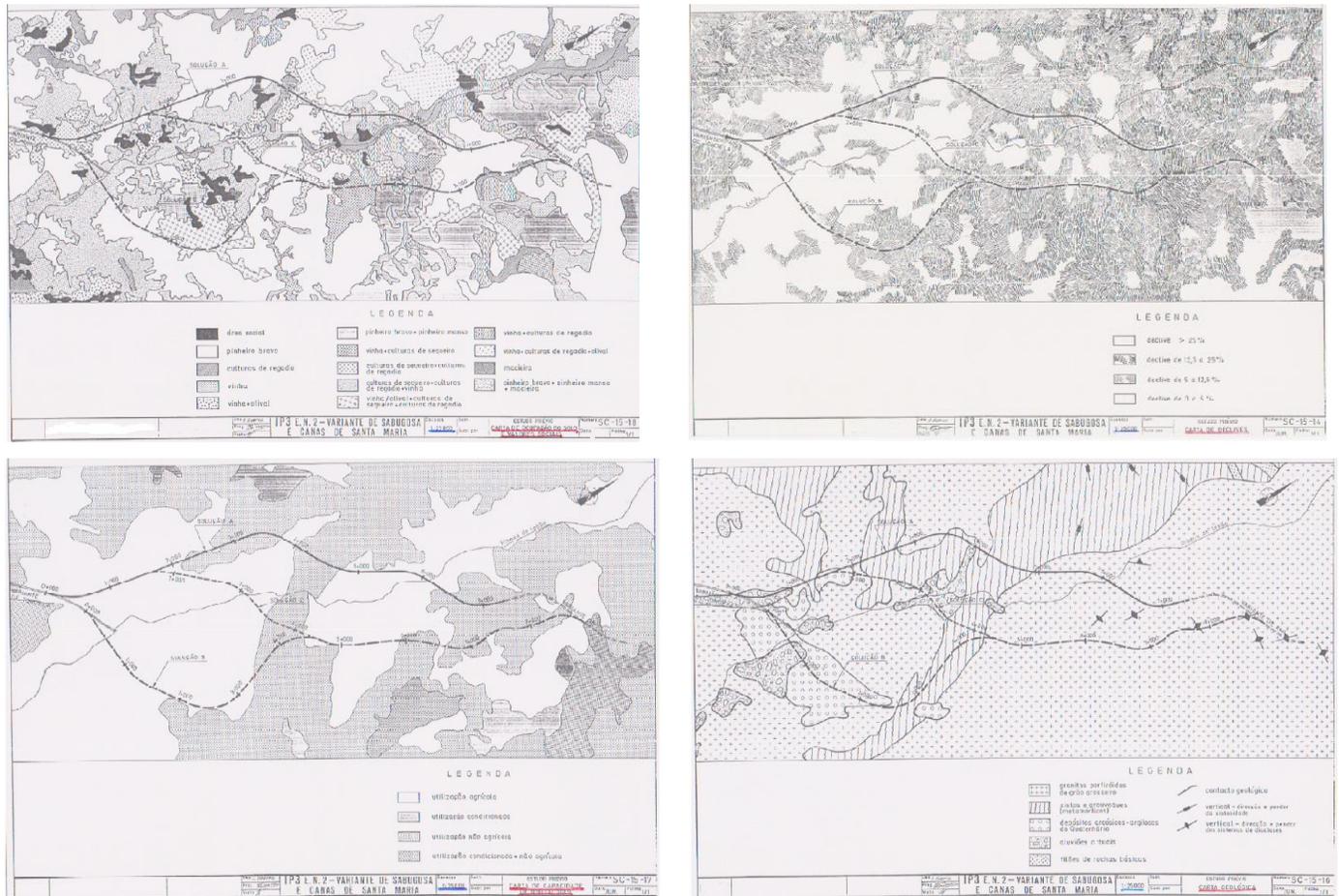


figura 1.9. Programa base à escala 1/25.000 contendo várias variantes: Carta de ocupação do solo, Carta de declives, Carta capacidade de uso do solo, Carta geológica

3. estudo prévio: é constituído por peças escritas (memória descritiva e justificativa com volumes separados para cada uma das especialidades) e por peças desenhadas (planta do traçado, perfil longitudinal, perfil transversal tipo) e contempla o estudo da solução base e de soluções alternativas a escalas adequadas (geralmente 1/5.000);

4. anteprojecto: diferencia-se do estudo prévio por envolver uma análise sobre elementos cartográficos e topográficos mais detalhados, em geral às escalas 1/1.000 ou 1/2.000, efectuando-se uma definição e um dimensionamento detalhados da obra;

5. projecto: é o elemento posto a concurso, incluindo peças escritas e desenhadas desenvolvidas a um nível mais detalhado do que o considerado nas fases precedentes, nomeadamente no que se refere ao fim a que se destina, à sua localização, interligações com outras obras, análise da forma como se deu satisfação ao programa base, fisiografia e condições topográficas, descrição do traçado em planta (directriz) e em perfil longitudinal (rasante) e sua integração nos condicionamentos locais existentes ou previstos, perfil transversal adoptado e sua justificação, condições geológicas e considerações geotécnicas, descrição das soluções projectadas e satisfação de acordo com o articulado legal vigente para as várias especialidades; as peças desenhadas incluem a planta do traçado, o perfil longitudinal da rasante, o perfil transversal tipo, a planta de piquetagem que permite implantar a obra no terreno, a planta de expropriações e ainda a representação de todos os pormenores necessários à compreensão, implantação e execução da obra (dispositivos de drenagem superficial e profunda, sinalização horizontal e vertical, vedações, obras de arte, etc.).

O levantamento 1/5.000 que serve de base ao estudo prévio implica a realização de uma cobertura aerofotogramétrica e do correspondente apoio topográfico. Posteriormente, após a selecção da solução definitiva, realiza-se nova cobertura aerofotogramétrica adequada à obtenção do levantamento à escala 1/1.000 (figura 1.10.).



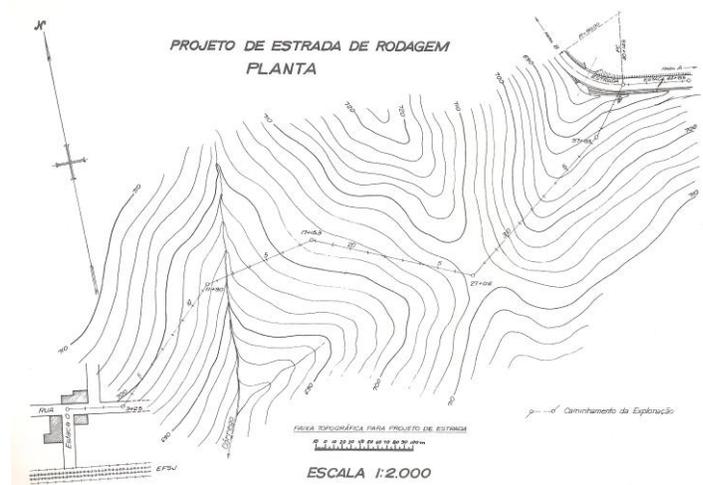
figura 1.10. Cobertura fotográfica para obtenção de cartografia 1/1.000 acompanhando o traçado previsto no estudo prévio

É obrigatória a materialização de uma rede topográfica (em geral uma poligonal, no sentido topográfico) de apoio à implantação da obra, que acompanhará o traçado da via de comunicação (e que poderá ser usada para obter o apoio fotogramétrico para a escala 1/1.000). Uma vez que a estrada se deve adaptar à evolução prevista para o tráfego, todas as eventuais variantes devem prever alterações a introduzir durante a vida da estrada (ano horizonte), principalmente no que diz respeito ao perfil transversal tipo.

Fixada a zona do traçado, define-se a directriz provisória, também designada por poligonal devido à sua forma. Se a carta for suficientemente detalhada, como é em geral o caso, o conhecimento da equidistância das curvas de nível permite traçar várias direcções possíveis para os alinhamentos e escolher a mais vantajosa (isto é, na definição da directriz, traçado em planta, deve atender-se ao declive do terreno). Para o efeito, determina-se o comprimento do segmento de recta que representa a projecção horizontal do troço com inclinação i , compreendido entre duas curvas de nível e traça-se a linha poligonal que corresponde à sucessão de segmentos que representam uma linha com inclinação constante no terreno entre os pontos a ligar.

No que diz respeito à configuração do terreno, podem observar-se dois casos, consoante a directriz se desenvolva paralela ou obliquamente à linha de cumeada (cumeada é uma forma de relevo que consiste numa elevação que faz a separação da escorrência de águas e se prolonga até um cume; trata-se, portanto, do oposto de um vale). No primeiro caso, se a directriz se localizar a meia encosta as dificuldades a vencer são em maior número pois é nessa região que as encostas são mais acentuadas, os talvegues mais profundos e as inclinações das linhas de água maiores; se a directriz se localizar na cumeada o problema simplifica-se porque as obras de arte a executar são mínimas dado o carácter incipiente dos cursos de água, sendo as terraplenagens normalmente pequenas e os custos com expropriações reduzidos; se a directriz se localizar na zona do vale, a estrada terá um interesse económico muito maior, visto poder servir numerosos aglomerados populacionais, embora nesta zona os cursos de água sejam mais caudalosos. No segundo caso, em que a directriz é oblíqua em relação à linha de cumeada e tendo que atravessar o vale, deve ser escolhido o ponto mais adequado para a localização da obra de arte tendo em atenção possíveis inundações; se os pontos a ligar se encontram em vales separados por um contraforte ou por uma linha de cumeada, deve procurar-se um colo.

figura 1.11. Planeamento do traçado em planta:
linha poligonal que define a orientação geral do traçado,
unindo pontos forçados de passagem



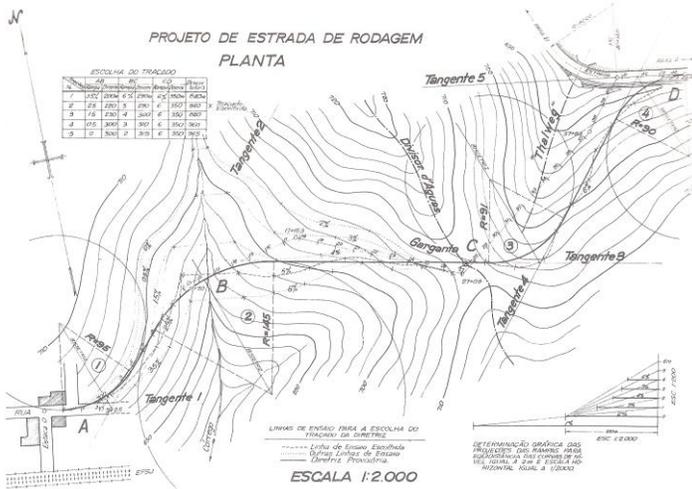


figura 1.12. Directriz: tangentes e curvas circulares (elementos de implantação)

figura 1.13. Directriz: tangentes e curvas circulares

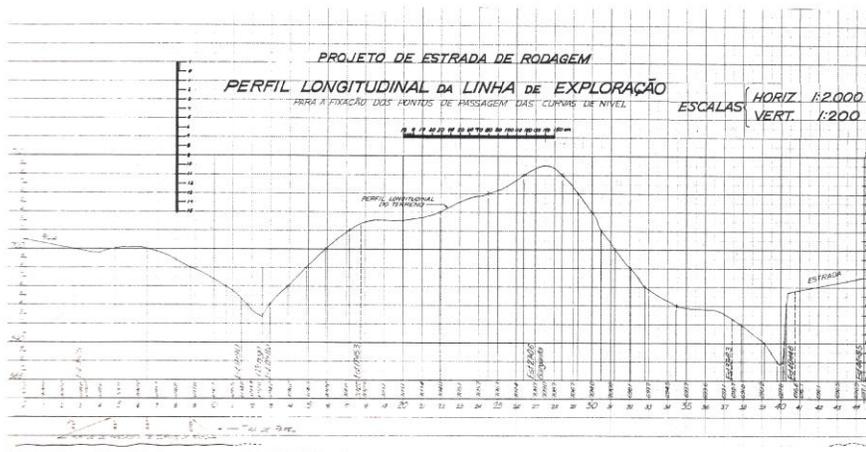
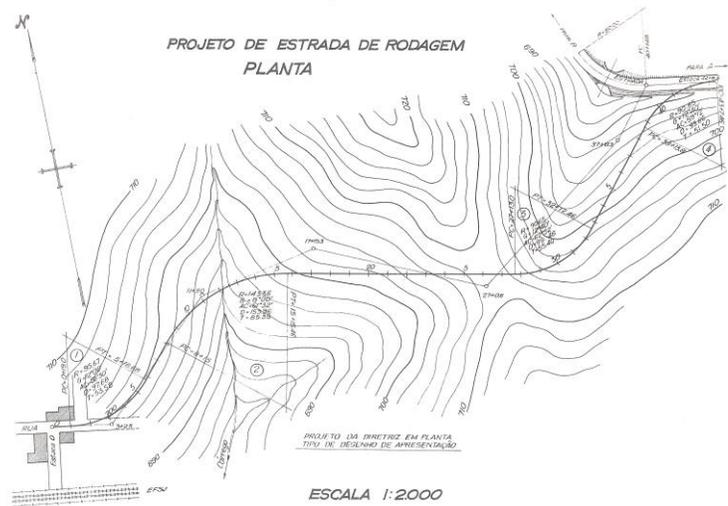


figura 1.14. Perfil longitudinal do terreno segundo a directriz

figura 1.15. Perfil longitudinal do traçado (rasante): traineis e arcos de parábola

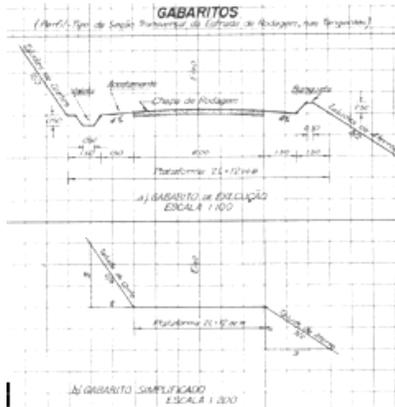
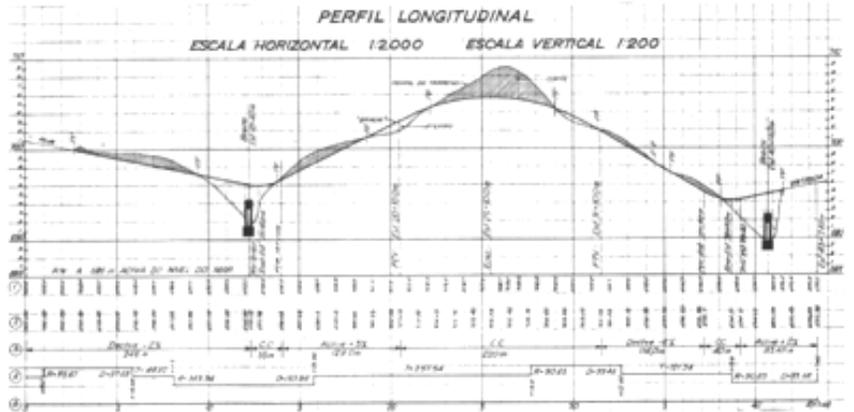
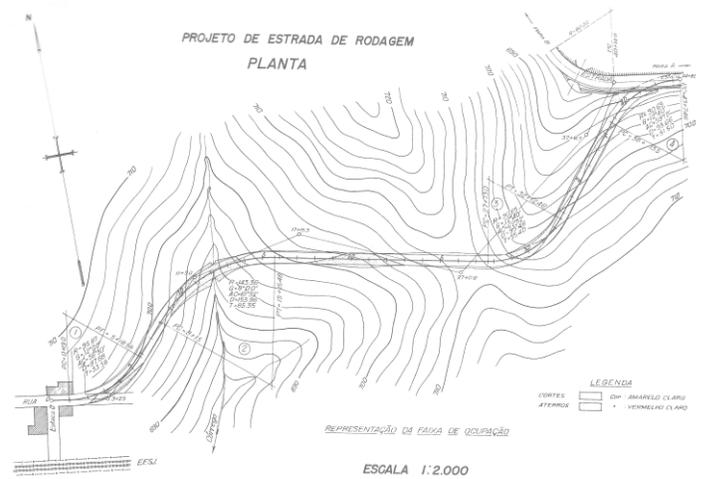


figura 1.16. Perfil transversal tipo

figura 1.17. Projecto em planta



As peças que constituem um projecto (de execução) para o caso de um IP ou um IC são:

1. volume síntese de apresentação geral do lanço ou sublanço
2. implantação e apoio topográfico
3. estudo geológico e geotécnico
4. traçado geral
5. nós de ligação
6. restabelecimentos, serventias e caminhos paralelos
7. drenagem
8. pavimentação
9. integração paisagística
10. equipamentos de segurança
11. sinalização
12. portagens
13. equipamentos de contagem de tráfego e circuitos de TV
14. iluminação
15. vedações
16. serviços afectados
17. obras de arte correntes
18. obras de arte especiais
19. túneis
20. centros de assistência e manutenção
21. áreas de serviço e áreas de repouso
22. projectos complementares
23. expropriações
24. relatório de conformidade com a declaração de impacte ambiental

As principais condicionantes do traçado são:

1. segurança e comodidade
2. características da região
3. topografia
4. clima
5. hidrologia
6. geologia e geotecnia
7. ocupação do solo
8. paisagismo
9. aspectos económicos

A definição dos elementos básicos para a reabilitação (rectificação) de uma estrada existente (figura 1.18.) deve resultar, como no caso de estradas novas, da consideração de variantes. Neste caso, porém, há que considerar vários condicionamentos:

- a) falta de homogeneidade do traçado
- b) obstáculos fixos nas proximidades da plataforma
- c) travessia de aglomerados urbanos
- d) necessidade de manter a circulação durante as obras

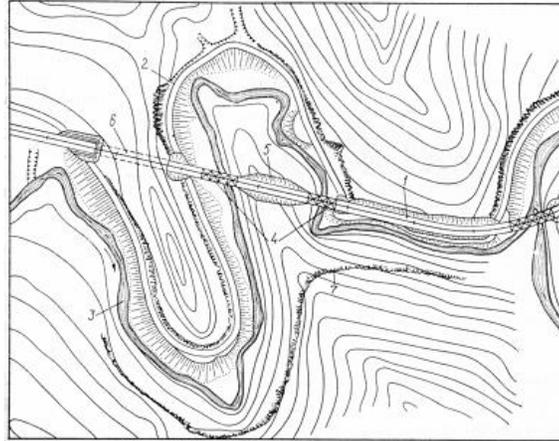


figura 1.18. Exemplo de uma estrada moderna numa zona montanhosa

1=estrada nova em aterro; 2=estrada antiga; 3=rio; 4=pontes; 5=estrada nova em escavação; 6=túnel; 7=declives elevados

Conforme disposto no Art. 7º do Decreto-Lei 380/85, de 26/9, os Itinerários Principais e Complementares são vedados em toda a sua extensão, pelo que é proibido o acesso aos mesmos a partir das propriedades marginais. É expropriada uma faixa da cada lado da plataforma, a revestir por vegetação adequada, de modo a reforçar a protecção da estrada. Com frequência, as vias de comunicação existentes são suprimidos devido à implantação da nova estrada, o que obriga à construção de vias de serviço para assegurar o acesso às propriedades marginais, cujo traçado depende dos condicionamentos topográficos e urbanísticos locais. Devem ser mantidos os caminhos para peões, através de passagens desniveladas (de preferência passagens superiores), tendo em consideração as necessidades actuais e futuras da zona abrangida ou da comunidade existente.

As bermas são um refúgio para veículos avariados, permitem a circulação dos veículos de socorro e asseguram o suporte lateral da faixa de rodagem. Para a segurança da circulação, é indispensável que haja uma distinção nítida entre a faixa de rodagem e as bermas, para que estas não sejam utilizadas pelo tráfego; consequentemente, as bermas devem ter uma cor e textura contrastante com a faixa de rodagem. Além da berma pavimentada, há a considerar uma zona exterior a esta e a ligação entre a berma e o talude ou a valeta (figura 1.19.).

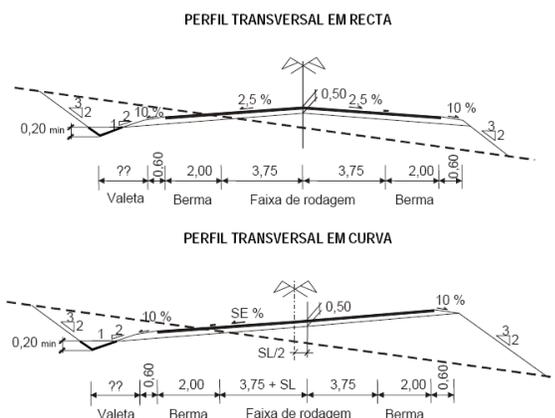


figura 1.19. Perfis transversais tipo: é o perfil transversal que vai dar espessura à estrada, projectada como uma linha

A função das bermas (figura 1.20 a), cuja largura pavimentada é igual a 3.0 m nas AE, 2.5 m nos IP e IC e 1.5 m nas restantes estradas, é:

- refúgio de carros avariados
- circulação de veículos de socorro
- suporte lateral da faixa de rodagem
- evitar acidentes
- aumentar a capacidade da estrada

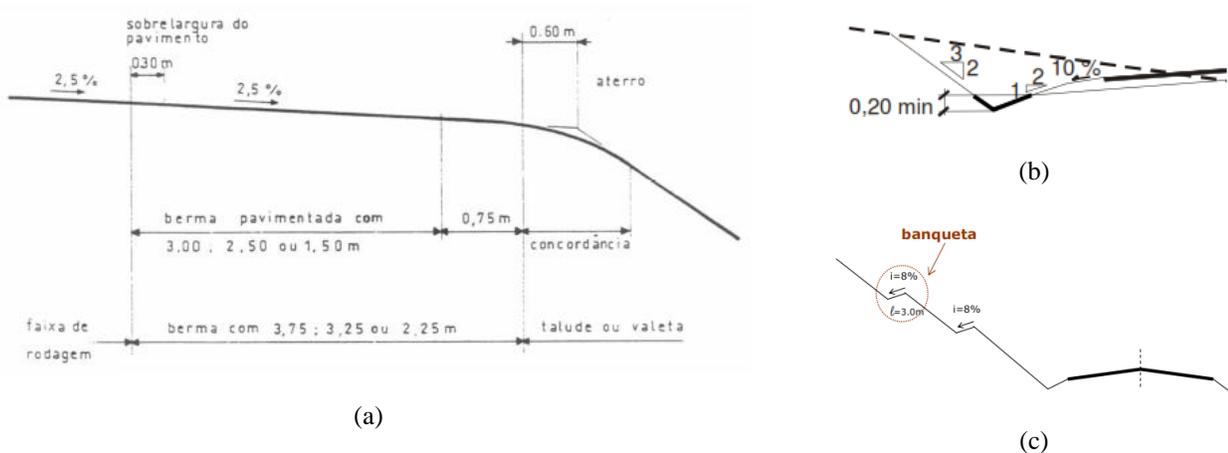


figura 1.20: Bermas, valetas e banquetas

As valetas (figura 1.20 b) instalam-se entre as bermas e os taludes de escavação, destinando-se a recolher as águas superficiais caídas sobre a plataforma da estrada e nos taludes de escavação e a conduzi-las para fora da estrada (a respectiva geometria deve ser triangular e ser convenientemente dimensionadas, de tal forma que o seu fundo se situe pelo menos 0.20 m abaixo do nível do leito do pavimento).

A inclinação dos taludes é definida tendo em conta as características geotécnicas do terreno, a adaptação da estrada à paisagem e à protecção contra desmoronamentos, sendo o valor normal 2/3 (V/H). O recurso a banquetas é excepcional e destina-se a instalar drenos horizontais, a controlar a erosão superficial e a interceptar a queda de rochas (figura 1.20 c).

O traçado deve assegurar a circulação com segurança à velocidade definida previamente. Em terreno plano deve evitar-se que o traçado ocasione monotonia aos condutores, devendo merecer cuidado especial a drenagem superficial de forma a evitar a acumulação de água no pavimento. No caso de terreno difícil, deve-se localizar o traçado em zonas estáveis e de modo a atravessar em condições favoráveis as linhas de água, não sendo normalmente o traçado mais curto o melhor. Deve-se ainda localizar o traçado, sempre que possível, em encostas expostas ao sol, de forma a evitar-se a formação de gelo. Em terreno acidentado, o traçado da via pode exceder a inclinação máxima estabelecida de forma a promover uma circulação segura. Em muitos casos, para evitar este problema é necessário proceder a escavações ou aterros e, no limite, à construção de túneis ou viadutos, o que, atendendo aos movimentos de terras necessários, tem como resultados que a via de comunicação se encontra acima ou abaixo do nível do terreno circundante.

A velocidade praticada pelos condutores é o parâmetro fundamental para a selecção e controlo dos elementos geométricos do traçado (raios mínimos das curvas horizontais, parâmetros mínimos das clotóides, inclinação transversal nas curvas, distâncias de visibilidade, raios mínimos das curvas verticais) pois permite ter em consideração critérios de economia, segurança e comodidade, sendo influenciada por vários factores como a visibilidade, a curvatura, o perfil transversal, intersecções e acessos marginais e o estado do pavimento.

Para permitir velocidades elevadas, as primeiras estradas exclusivamente para automóveis, construídas no 2º quartel do século XX, continham secções rectilíneas muito longas ligadas por curvas circulares de pequeno raio, admitindo a hipótese de que o veículo conseguia percorrer essas curvas devido à grande resistência à derrapagem (isto é, com os pavimentos e os pneus utilizados à época, o atrito era elevado); para além disso, utilizavam-se declives elevados, na suposição de que a indústria automóvel produzisse motores mais potentes. A experiência obtida com a construção dessas estradas, que rapidamente atingiram um volume intenso de tráfego, recomendou que se limitassem os valores para as acelerações tangenciais e transversais atingidas pelos veículos (e/ou que a concepção das estradas fosse adequada a esses valores), assim como se aumentasse a distância de visibilidade entre veículos. Verificou-se igualmente que as características das diversas secções ao longo da estrada deviam ser tanto quanto possível, semelhantes, de forma a causar ao condutor um nível constante de atenção.

Segundo o critério de segurança, a velocidade base é definida como sendo a velocidade máxima que deverá ser assegurada ao longo de todo o traçado. No sentido de uniformizar e homogeneizar os traçados, a norma refere que a velocidade base deve manter-se constante ao longo das várias secções da estrada. Quando tal não for possível, a alteração da velocidade base deve ser efectuada de forma gradual, limitando-se as variações da velocidade base entre secções sucessivas a 10 km/h. Em Portugal, no estudo e concepção de uma estrada, a velocidade base é a velocidade que é estabelecida em primeiro lugar, resultando da função dessa estrada na rede nacional, permitindo definir a maioria das características geométricas do projecto e consequentemente coordenar as várias componentes.

Velocidade base (km/h)

Tipo de estrada	140	120	100	80	60
Itinerário Principal	X (a)	X (b)	X	X (c)	-
Itinerário Complementar	-	X (b)	X	X	X (c)
Estradas nacionais	-	-	X	X	X

(a) em auto-estradas; (b) em estradas com faixas de rodagem unidireccionais (existe separador central entre os dois sentidos); (c) em estradas com faixas de rodagem bidireccionais (não existe separador central entre os dois sentidos) deverá ser devidamente justificado o recurso a esta velocidade

tabela 1.2. Velocidade base para cada tipo de estrada

A velocidade específica é o elemento que define a dinâmica do traçado, ou seja, é a velocidade máxima que pode ser atingida com segurança em qualquer elemento do traçado, considerado isoladamente (tabela 1.3.), sendo que a velocidade específica correspondente a dois elementos consecutivos do traçado não deverá diferir de mais de 20 km/h, de forma a garantir a respectiva homogeneidade.

A partir da velocidade específica define-se a velocidade do tráfego, que é a velocidade específica que é excedida somente por 15% dos veículos, pois verificou-se que velocidades superiores a esta são perigosas para as condições existentes. Esta velocidade é a mais representativa das condições reais de circulação pois é aquela que 85% dos condutores adoptam tendo em conta o traçado e o seu meio envolvente (figura 1.21.).

Estrada com 2 vias		Estrada com 2 x 2 vias	
Raio (m)	Velocidade Especifica (km/h)	Raio (m)	Velocidade Especifica (km/h)
180	70	-	-
210	75	-	-
240	80	-	-
280	85	-	-
320	90	320	90
370	95	370	95
420	100	420	100
470	105	470	105
530	110	530	110
580	115	580	115
≥ 620	120	620	120
-	-	710	125
-	-	≥ 780	130

tabela 1.3. Velocidade específica nas curvas

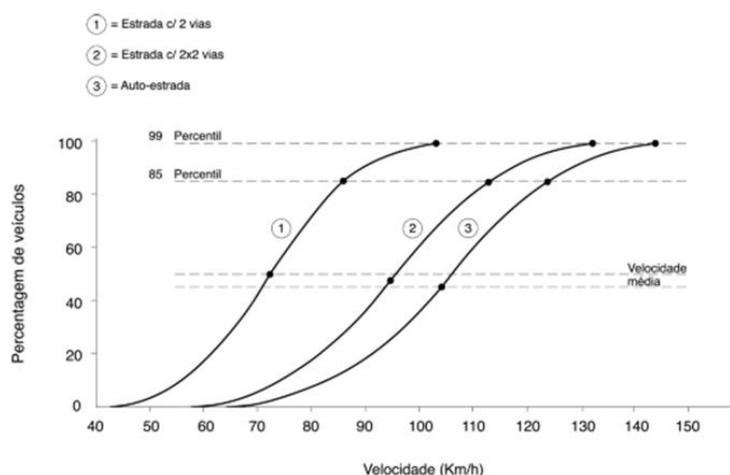


figura 1.21. Distribuição cumulativa da velocidade específica

Velocidade Base V_B (km/h)	Velocidade de Tráfego V_T (km/h)
60	80
80	100
100	120
120	130
140	140

tabela 1.4. Velocidade do tráfego nas estradas nacionais e correspondência com a velocidade base

Segundo a norma, na definição das características geométricas de uma estrada, deve ser considerada não apenas a velocidade base mas também a velocidade de tráfego pois a velocidade dos condutores ao longo do percurso varia em função das características do traçado (tabelas 1.4. e 1.5.).

Elementos do Traçado	Velocidade	
	Velocidade base	Velocidade do Tráfego (a)
Raio mínimo em planta	×	-
Trainel máximo	×	-
Perfil transversal tipo	×	-
Distâncias de visibilidade	-	×
Raio mínimo das concordâncias verticais	-	×

(a) Esta velocidade só será considerada nos IPs e ICs

tabela 1.5. Velocidade a considerar nos vários elementos do traçado

No entanto, não é prático considerar-se a velocidade específica (ou do tráfego) correspondente a cada elemento ao definirem-se as características geométricas do traçado de uma estrada, considerando-se para esse efeito a velocidade base V_{base} , que é a velocidade máxima que poderá ser alcançada com segurança ao longo de todo o percurso. A velocidade base resulta da função da estrada na rede nacional, de acordo com a tabela 1.2.: a partir desses elementos é possível determinar o raio mínimo em planta das curvas, a inclinação máxima dos traineis e o perfil transversal tipo dos Itinerários Principais e Complementares, de tal forma que a velocidade de tráfego de secções contíguas não deverá diferir de mais de 10 km/h, de modo a conseguir-se uma transição gradual e cómoda das velocidades.

Actualmente considera-se necessário garantir quatro condições básicas para que o traçado em planta seja seguro e cómodo:

- a) homogeneidade
- b) consistência da velocidade do tráfego (as diferenças entre as várias secções não devem exceder 10 km/h)
- c) compatibilidade entre a velocidade base e a velocidade do tráfego
- d) distâncias de visibilidade compatíveis com a velocidade do tráfego

A visibilidade, como já foi referido, é outro parâmetro de fundamental importância para a segurança e eficiência da condução numa estrada, devendo o projectista assegurar a distância de visibilidade suficiente para que os condutores possam controlar a velocidade dos respectivos veículos, evitando chocar com um obstáculo inesperado na faixa de rodagem.

A distância de visibilidade é a extensão contínua da estrada visível pelo condutor, devendo ser considerados três tipos de visibilidade: de paragem, de decisão e de ultrapassagem. Em cada caso, a distância efectiva deve ser sempre superior à distância calculada, para que possam ser iniciadas as manobras pertinentes com antecedência e segurança (tabela 1.6.).

Distâncias de visibilidades mínimas em função da velocidade

Velocidade (km/h)	de paragem (m)	de decisão (m)	de ultrapassagem (m)
40	40	-	280
50	60	-	350
60	80	200	420
70	100	240	490
80	120	270	560
90	150	300	630
100	180	330	700
110	220	370	770
120	250	400	840
130	320	430	910
140	390	470	980

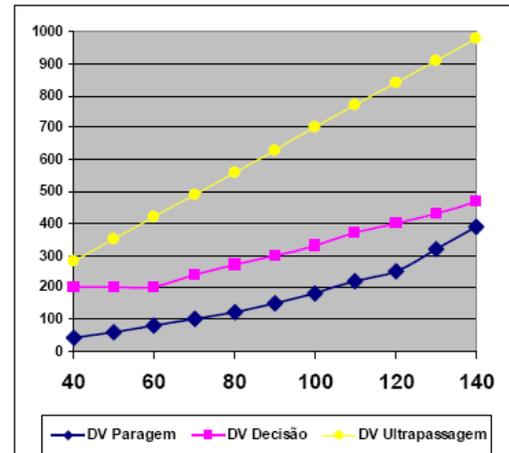


tabela 1.6. Distâncias de visibilidades mínimas

A distância de visibilidade de paragem (mínima) S é a distância necessária para que um condutor, circulando a uma determinada velocidade, possa parar o veículo (se necessário) após ver um obstáculo no pavimento (distância medida entre os olhos do condutor, a uma altura de 1.05 m acima do pavimento e um obstáculo com 0.15 m de altura). Uma vez que a distância de travagem varia em função da inclinação dos trainéis, aumentando nos trainéis descendentes e diminuindo nos trainéis ascendentes, estabelecem-se as seguintes regras:

- a) em trainéis descendentes com mais de 3% de inclinação e mais de 1.5 km de extensão, agravam-se em 20% os valores da distância de visibilidade de paragem mínima constantes da tabela 1.6..
- b) em trainéis descendentes com mais de 6% de inclinação e mais de 1.5 km de extensão, calcula-se a distância de visibilidade de paragem efectivamente necessária.

A distância de visibilidade de paragem é o somatório de dois termos (figura 1.22.): a distância de percepção/reacção e a distância de travagem (e, eventualmente, uma distância de segurança).

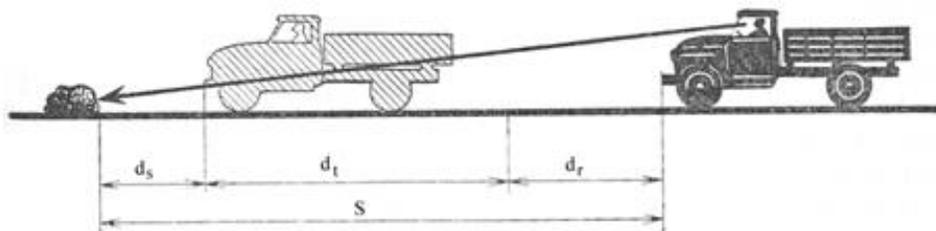


figura 1.22. $S = d_r + d_t (+d_s)$, sendo d_r a distância de reacção, d_t a distância de travagem, e d_s a distância de segurança

O primeiro termo está relacionada com o intervalo de tempo t_r decorrido entre o instante em que o condutor se apercebe da existência do obstáculo e o instante em que acciona os travões, variando entre 1.64 s e 3.5 s (o tempo de reacção considerado na norma portuguesa é de 2.0 s), que multiplicado pela velocidade (m/s), fornece a distância de reacção (em m): $d_r = v t_r$. A distância de travagem d_t (em m) pode ser determinada pela expressão

$$d_t = \frac{v^2}{2g(f \pm G)}$$

onde v é a velocidade inicial (m/s), $g=9.8 \text{ m/s}^2$, G é a inclinação (em decimal) do tranel e f é o coeficiente de atrito entre o pavimento e os pneus (em decimal), dependente da pressão, composição e estado dos pneus, tipo e condição do pavimento e da presença de humidade, lama, neve ou gelo; esta distância, num troço plano e horizontal, pode ser estimada utilizando o princípio de que a variação de energia cinética é igual à força de atrito multiplicada pela distância d_t : $\frac{1}{2}mv^2 = m g f d_t$, onde a força de atrito é igual à componente do peso normal à superfície. Acrescentando a distância de reacção, tem-se

$$S = \frac{v^2}{2g(f \pm G)} + t_r v.$$

Exemplo: um condutor com um tempo de reacção igual a 2.5 s desce uma estrada com pavimento seco, cujo declive é igual a 4%, a uma velocidade igual a 55 km/h quando, de repente, surge uma pessoa por trás de um carro a uma distância de 60 m. a). Sendo $f=0.7$, pode o condutor parar a tempo de evitar o atropelamento? b) Se o pavimento estiver molhado ($f=0.4$), pode o condutor parar a tempo de evitar o atropelamento?

a) $S = \frac{15.28^2}{2 \times 9.8 \times (0.7 - 0.04)} + 2.5 \times 15.28 = 56.25 \text{ m}$, conseguindo portanto evitar o atropelamento

b) $S = \frac{15.28^2}{2 \times 9.8 \times (0.4 - 0.04)} + 2.5 \times 15.28 = 71.29 \text{ m}$, não conseguindo portanto evitar o atropelamento

As obstruções que normalmente ocorrem são lombas, no caso de curvas verticais, árvores, barreiras ou taludes de escavação, no caso de curvas horizontais (figura 1.23.). Nos locais onde existam obstruções no lado interior das curvas horizontais (tais como muros de suporte, taludes, pilares de uma estrutura, construções ou árvores), é necessário garantir uma distância de visibilidade adequada, sendo o raio da curva determinado em função da distância de visibilidade de paragem. Para efeitos de concepção, a linha de visibilidade entre dois pontos coincide com a corda da curva entre esses pontos, calculando-se a distância de visibilidade de paragem (em curva) ao longo do eixo da faixa mais interior da curva.

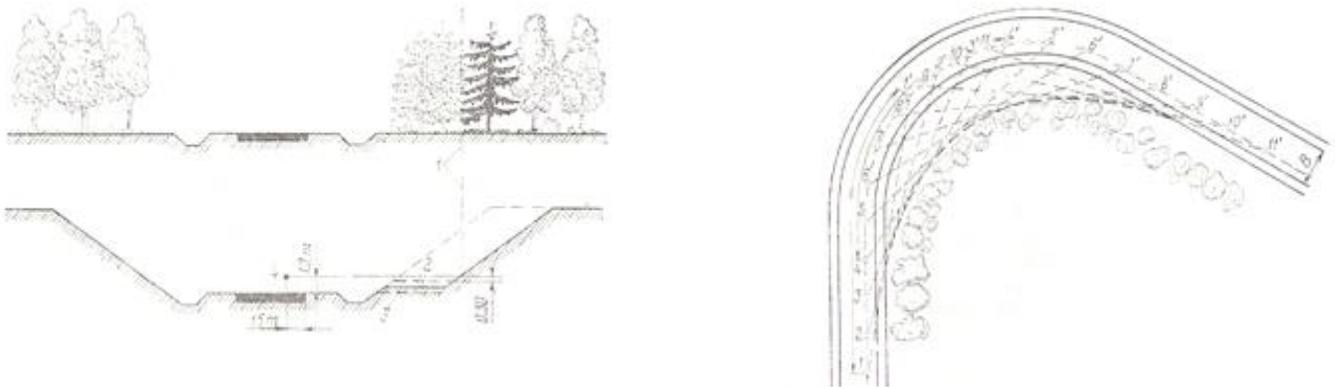


figura 1.23. Visibilidade lateral em curva devido à existência de árvores ou por a estrada ser mais baixa que o terreno
 1: linha de visibilidade; 2: talude de escavação mínimo; 3: cota óptima; 4: olhos do condutor

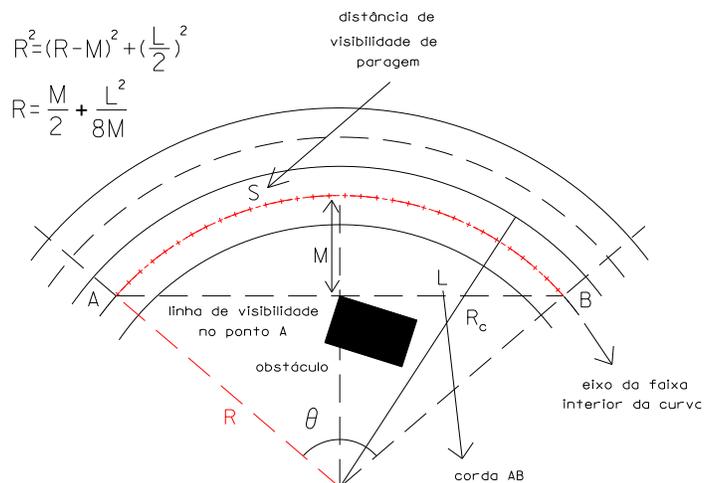
Exemplo (distância de visibilidade em curva): um edifício localiza-se na vizinhança de uma curva de raio $R_c=40$ m (correspondente ao eixo da estrada) de uma estrada municipal, cujas faixas têm uma largura igual a 3 m; estando o limite do pavimento interior da curva a uma distância igual a 1.8 m do edifício, determine o limite de velocidade que deve ser imposto nessa secção da estrada (hipóteses: o tempo de reacção do condutor é igual a $t_r=2.5$ s, o coeficiente de atrito é $f_a=0.4$ e a largura da berma é igual a 1.2 m).

O raio da faixa interior (do respectivo eixo) é $R = 40-3/2 = 38.5$ m; a distância $M = 3/2+1.2+1.8 = 4.5$ m;

De $M = R(1 - \cos \frac{\theta}{2})$ tem-se $M = R(1 - \cos \frac{S}{2R})$, donde $S = 2R \arccos(1 - \frac{M}{R}) = 37.6$ m;

De $S = \frac{v^2}{2gf} + t_r v$, tem-se $v = \frac{-2gft_r \pm \sqrt{4g^2f^2t_r^2 + 8g f S}}{2} = 10 \text{ m/s} = 35.8 \text{ km/h} \approx 35 \text{ km/h}$.

figura 1.24. Linha de visibilidade L (corda AB), distância de obstrução M e distância de visibilidade de paragem S em curva numa estrada com duas faixas (arco AB)



Embora a distância de visibilidade de paragem seja geralmente suficiente para, em condições normais, permitir a um condutor atento imobilizar o veículo, esta distância pode ser insuficiente quando a informação seja difícil de apreender. Define-se então a distância de visibilidade de decisão ($d_{\text{decisão}}(m) = 12 v_{\text{tráfego}}(m/s)$) como a distância necessária para um condutor se aperceber de uma informação inesperada ou da alteração nas características da estrada, identificar essas situações, adoptar a velocidade mais conveniente e iniciar e concluir a(s) manobra(s) necessária(s); saídas de uma auto-estrada, cruzamentos, rotundas, áreas de serviço são exemplos dessas situações.

Velocidade do veículo que é ultrapassado	Velocidade do veículo que ultrapassa	Distância de visibilidade de ultrapassagem
32 km/h	48 km/h	243 m
42 km/h	58 km/h	327 m
54 km/h	70 km/h	444 m
66 km/h	82 km/h	552 m
75 km/h	91 km/h	642 m
80 km/h	96 km/h	693 m
86 km/h	102 km/h	747 m

	<p>d_1: distância percorrida pelo veículo ultrapassante durante o tempo t_1 de percepção e reação do condutor e de aceleração do veículo</p> <p>d_2: distância percorrida pelo veículo ultrapassante enquanto circula na via de sentido oposto</p> <p>d_3: distância no fim da manobra, entre o veículo ultrapassante e o veículo que circula no sentido oposto</p> <p>d_4: distância percorrida à velocidade de projecto pelo veículo em sentido oposto, durante a manobra de ultrapassagem</p>
--	---

tabela 1.7. Distâncias mínimas de ultrapassagem para uma estrada de duas faixas

A distância de visibilidade de ultrapassagem ($d_{\text{ultrapassagem}}(m) = 25.2 v_{\text{tráfego}}(m/s)$) é a menor distância de visibilidade necessária para que o condutor de um veículo ultrapasse outro veículo com segurança e comodidade (tabela 1.7.).

Tendo em consideração a topografia, o raio das curvas circulares deverá ser o maior possível, o que facilita a visibilidade e a percepção do traçado pelos condutores; no entanto o valor dos raios deve ter em atenção a necessidade do traçado se harmonizar com a paisagem e a coordenação com o perfil longitudinal. Por diversas razões, deve haver uma relação equilibrada entre os raios das sucessivas curvas circulares; os raios das curvas circulares devem ainda estar relacionados com a extensão dos alinhamentos rectos que os antecedem, de modo a assegurar-se um traçado homogéneo, conforme o indicado no tabela 1.8. (a não ser que a velocidade base obrigue a raios superiores).

Tipo de estrada	Extensão do alinhamento recto (m)	Raio mínimo da curva circular (m)
IP e IC	$AR \geq 600$	$R > 600$
IP e IC	$AR < 600$	$R > AR$
Estradas Nacionais	$AR \geq 500$	$R > 500$

tabela 1.8. Raios mínimos de uma curva circular em função da extensão dos alinhamentos rectos

As curvas circulares devem ter um desenvolvimento tal que sejam percorridas em mais de dois segundos; no caso de duas curvas circulares sucessivas com o mesmo sentido (curvas compostas), é aconselhável a existência entre elas de um alinhamento recto com uma extensão mínima igual à distância percorrida durante cinco segundos à velocidade específica correspondente ao maior dos raios (IP e IC).

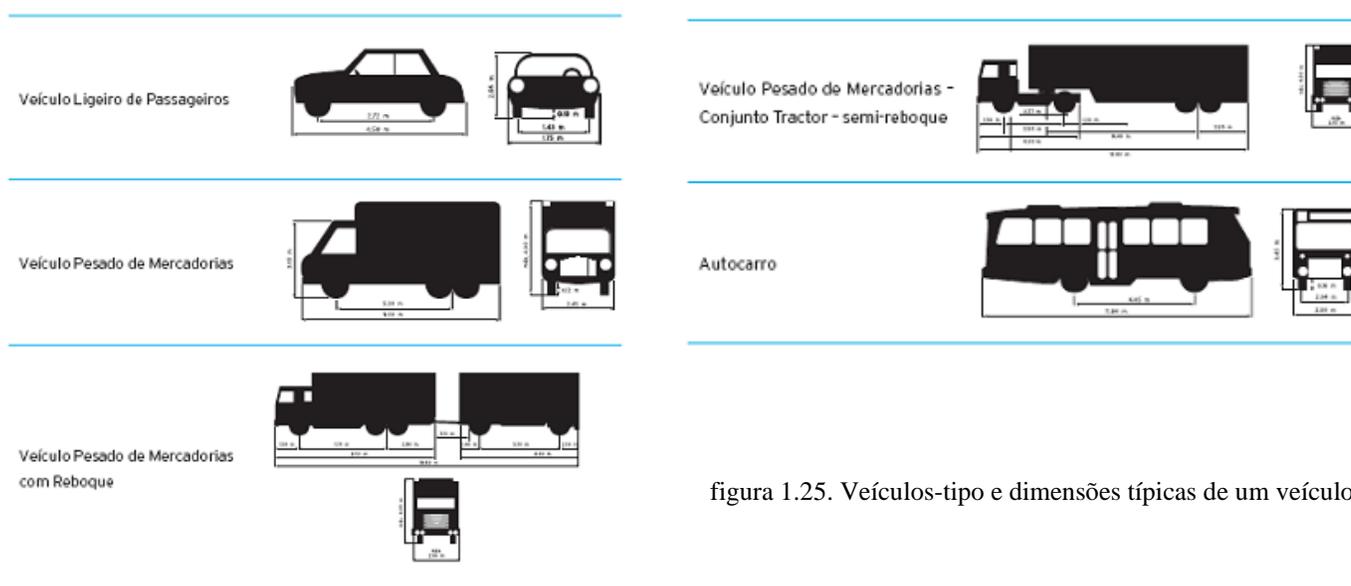


figura 1.25. Veículos-tipo e dimensões típicas de um veículo

A característica principal do perfil transversal é a largura das vias, definida de acordo com a largura dos veículos e o espaço lateral de segurança. Nas estradas com 2x2 vias, a largura das vias deve verificar as seguintes condições:

- 3.75 m se $V_{base} \geq 100$ km/h
- 3.50 m se $V_{base} < 100$ km/h.

Os veículos ao descreverem uma curva ocupam uma maior largura de faixa de rodagem e este aumento da largura ocupada depende do raio de curvatura da curva e do comprimento do veículo (figura 1.26.). Embora este aumento seja desprezível para veículos ligeiros, é significativo para veículos pesados, pelo que deve ser considerado. A sobrelargura total S_L numa curva de raio R , normalmente introduzida no intradorso da curva para estradas com duas vias, pode ser calculada

pela expressão $S_L = \frac{80}{R}$ com R em metros, na condição de que se S_L for inferior a 20 cm a largura original mantém-se. Nas curvas com $R > 200m$ não há lugar a introdução de sobrelargura. Uma expressão alternativa para o cálculo da sobrelargura é

$$S_L = \frac{V^6}{81000R^3}, \text{ com } V \text{ em km/h e } R \text{ em m.}$$

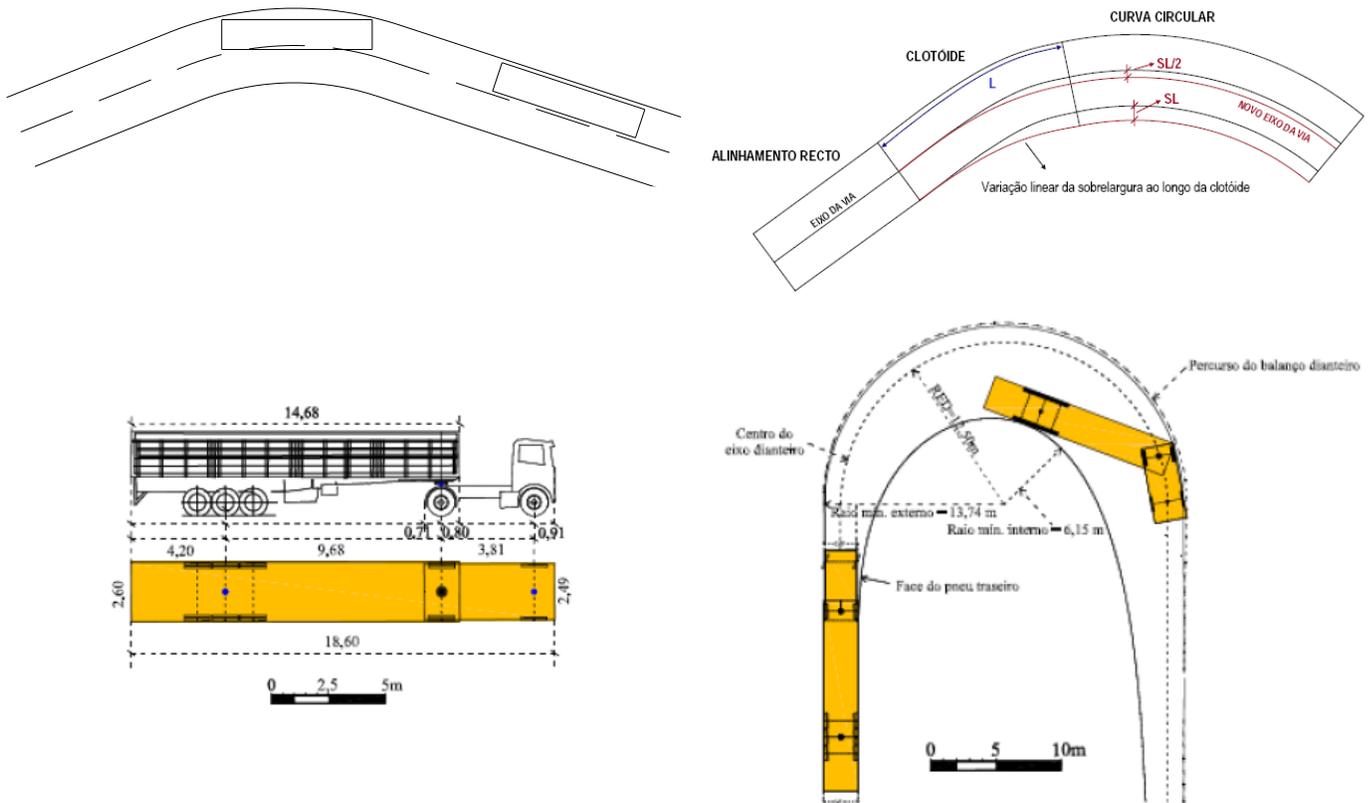


figura 1.26. Necessidade de introdução de sobrelargura numa curva

Ao definir-se a velocidade base para um projecto, procura-se estabelecer ao longo do traçado condições que permitam aos utilizadores o desenvolvimento e a manutenção de velocidades próximas da velocidade de referência, com conforto e segurança. Quando percorre um troço em tangente, o condutor experimenta uma sensação de liberdade para efectuar manobras de ajustamento lateral da sua trajectória, não estando sujeito a esforços laterais devidos à geometria da estrada. No entanto, ao percorrer um troço em curva, surgem forças laterais (força centrífuga) que actuam no veículo, tendendo a desvia-lo para o exterior da curva (deslizamento ou capotamento), provocando desconforto nos passageiros, para além de uma sensação de confinamento que o traçado impõe, factores que em conjunto afectam a disposição do condutor em manter a mesma velocidade. Uma força centrífuga excessiva pode causar um movimento lateral considerável ao veículo que descreve a curva e pode tornar impossível manter a trajectória. Para que um veículo possa percorrer uma curva circular em segurança, é necessário que o raio desta seja superior a um determinado limite, fixado através da relação de equilíbrio entre as

principais forças envolvidas no movimento. Não existindo uma inclinação transversal na via, apenas o atrito que se desenvolve entre os pneus e a faixa de rolamento consegue manter o veículo sobre a curva, equilibrando a força centrífuga que o desvia para o exterior dessa curva, tendendo a mantê-lo em trajetória rectilínea tangente à curva. Este esforço pode ser reduzido pela introdução da sobreelevação (inclinação transversal), que ajuda o condutor a inserir o veículo na curva (figura 1.27.). A sobreelevação das curvas contribui decisivamente para a segurança e comodidade da circulação pois compensa parte da força centrífuga, favorece a percepção das curvas e conseqüentemente a orientação óptica.

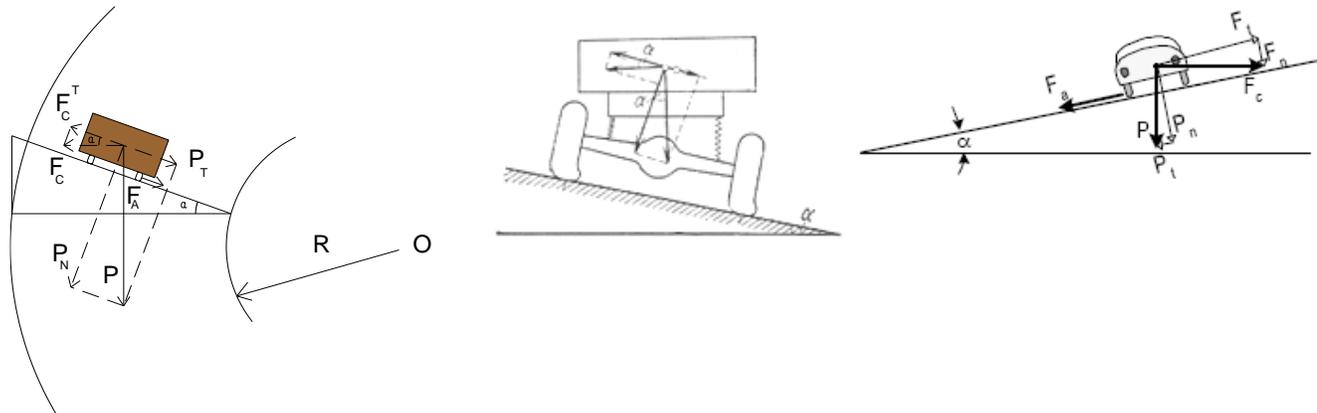


figura 1.27. Introdução de sobreelevação numa curva: equilíbrio entre a componente tangencial ao pavimento da força centrífuga (F_C^T), da componente tangencial ao pavimento do peso do veículo (P_T) e da força de atrito. O coeficiente de atrito transversal, medido dinamicamente, diminui à medida que aumenta a velocidade tangencial do veículo.

A componente tangencial (segundo a linha de maior declive do pavimento) da força centrífuga $F_C = \frac{mv^2}{R}$ é

$F_C^T = F_C \cos \alpha = \frac{mv^2}{R} \cos \alpha$, R = raio da curva. A componente tangencial do peso $P = mg$ do veículo é $P^T = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$.

A força de atrito F_a , exercida segundo a linha de maior declive do pavimento, é proporcional à componente do peso no plano normal ao movimento, ou seja, $F_a = f_a P \cos \alpha = f_a mg \cos \alpha$, onde f_a é o coeficiente de atrito. Supondo α pequeno, de forma que $\cos \alpha \approx 1$ e $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx S_e$, tem-se

$$f_a mg + mg S_e = \frac{mv^2}{R} \quad \text{ou} \quad R_{(m)} = \frac{v_{(m/s)}^2}{g(f_a + S_e)} = \frac{v_{(km/h)}^2}{127(f_a + S_e)},$$

expressão que fixados os valores de f_a e de S_e permite obter o valor do raio (mínimo absoluto) da curva em função da velocidade.

O estudo dos acidentes tem mostrado que em muitas curvas a sobreelevação é inferior ao desejável. Isto acontece porque a sobreelevação é definida normalmente em função da velocidade base mas os condutores percorrem as curvas à

velocidade que julgam compatível com as mesmas, a qual é geralmente superior à velocidade base adoptada. Deve assim concluir-se que a sobreelevação deve ser independente da velocidade base, sendo definida de acordo com a velocidade específica compatível com o raio da curva. A linha de maior inclinação no pavimento, resultante da inclinação do trainel e da sobreelevação, não deverá ultrapassar 10%; no caso em que esta condição não seja verificada, não se deve diminuir a sobreelevação indicada na tabela 1.9. mas diminuir a inclinação do trainel (ou modificar o traçado em planta).

Estradas com 2 vias		Estradas com 2x2 vias	
Raio (m)	Sobreelevação (%)	Raio (m)	Sobreelevação (%)
< 450	7	< 900	7
525	6.5	1100	6.5
600	6.0	1300	6.0
700	5.5	1500	5.5
850	5.0	1750	5.0
1000	4.5	2000	4.5
1200	4.0	2250	4.0
1400	3.5	2600	3.5
1600	3.0	3000	3.0
1900 < R < 2500	2.5	3500 < R < 5000	2.5
> 2500	---	> 5000	---

tabela 1.9. Sobreelevação em curva

Existe um limite prático (tabela 1.10.) para a sobreelevação, que depende do conforto dos ocupantes do veículo e de limitações físicas tais como a presença de neve ou gelo (para que um veículo parado não deslize para o interior da curva). Se o declive S_e do pavimento for excessivo tendo em consideração velocidades moderadas, a condução tornar-se-á difícil. O valor de f_a adoptado deve ser substancialmente menor, devido a uma margem de segurança, do que o coeficiente de atrito correspondente à eminência de derrapagem (perda de aderência). Estudos mostram que com pneus novos e com pavimento molhado o coeficiente de atrito para uma velocidade de 40 km/h é igual a 0.5, enquanto que para uma velocidade de 96 km/h o coeficiente de atrito é igual a 0.35; com piso seco e para uma velocidade de 72 km/h, o coeficiente de atrito é igual a 0.35. No entanto, a concepção da curva não depende apenas do coeficiente de atrito adoptado: um critério importante é considerar o ponto para o qual o condutor sente desconforto devido ao efeito da força centrífuga. Para velocidades até 96 km/h, o valor máximo é 0.16, não devendo o coeficiente de atrito exceder 0.10 para velocidades iguais ou superiores a 112 km/h. A velocidades baixas, os ocupantes do veículo são mais tolerantes com o desconforto, podendo utilizar-se valores mais altos para o coeficiente de atrito.

Velocidade (km/h)	S _e	f _a	Raio (m)
32	0.04	0.17	38
48	0.04	0.16	91
64	0.04	0.15	172
80	0.04	0.14	287
96	0.04	0.12	458
32	0.06	0.17	35
48	0.06	0.16	82
64	0.06	0.15	153
80	0.06	0.14	255
96	0.06	0.12	404
104	0.06	0.11	491
112	0.06	0.10	625
32	0.08	0.17	32
48	0.08	0.16	76
64	0.08	0.15	140
80	0.08	0.14	229
96	0.08	0.12	236
104	0.08	0.11	458
112	0.08	0.10	573
32	0.10	0.17	30
48	0.10	0.16	69
64	0.10	0.15	130
80	0.10	0.14	208
96	0.10	0.12	327
104	0.10	0.11	404
112	0.10	0.10	491

tabela 1.10. Raio máximo para valores limite da sobrelevação e do coeficiente de atrito

Diversos factores ditam os valores máximos de sobrelevação: condições climáticas, terreno, localização (urbana ou não) e frequência de veículos muito lentos. Embora não existam valores padrão, na ausência de neve ou gelo utiliza-se uma taxa de 0.10; caso contrário, a taxa de sobrelevação toma o valor 0.08, suficiente para evitar escorregamentos. Pode utilizar-se a taxa 0.12 em casos de estradas não alcatroadas com pouco movimento, de forma a facilitar o escoamento das águas pluviais. Em vias muito congestionadas, a taxa de sobrelevação pode variar entre 0.04 e 0.06 (de forma a evitar que um veículo parado ou que se desloque lentamente sobre uma curva deslize para o centro).

Exemplo: determine a taxa de sobrelevação apropriada para curva com raio (de curvatura) R=215.0 m e que deve ser percorrida a 80 km/h, numa via de comunicação não alcatroada com pouco movimento, considerando f_a = 0.14.

$$\text{Tem-se } S_e = \frac{v^2(\text{km/s})}{127R(\text{m})} - f_a = \frac{80^2}{127 \times 215.0} - 0.14 = 0.09 = 0.9\% .$$

Considerando o valor máximo do coeficiente de atrito transversal correspondente a cada velocidade, determinam-se os raios mínimos absolutos. Estes valores devem ser utilizados excepcionalmente pois a sua utilização tem como consequência acelerações centrífugas de valor elevado (embora para velocidades base inferiores a 80 km/h sejam idênticas ao máximo de 0.22 g admissível para que haja segurança e comodidade); os raios mínimos normais devem assegurar uma circulação segura e cómoda, pelo que a aceleração centrífuga deverá ter um valor correspondente a 50% do valor máximo admissível, como se pode verificar na tabela 1.11.:

Velocidade base (km/h)	Raio mínimo absoluto (RA)	Raio mínimo normal (RN)
40	55	110
50	85	180
60	130	250
70	180	350
80	240	450
90	320	550
100	420	700
110	560	850
120	700	1000
130	900	1200
140	1200	1400

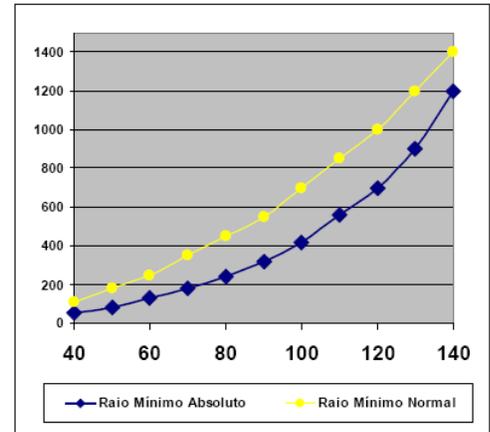


tabela 1.11. Raios mínimos em planta (m)

Nos alinhamentos rectos, a inclinação transversal é normalmente utilizada para efectuar a drenagem das águas pluviais (figura 1.28.). Nas estradas com duas vias, o pavimento é normalmente inclinado para ambos os lados a partir do eixo – perfil em V invertido. Essa inclinação transversal i_1 deverá ser de 2.5% nos pavimentos betuminosos e 2% nos pavimentos em betão de cimento.

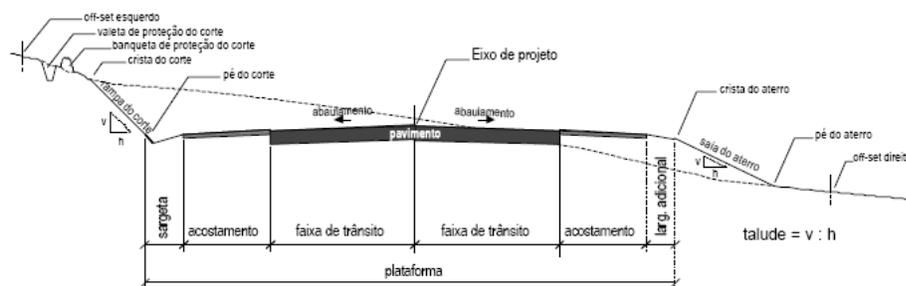


figura 1.28. Inclinação transversal em V invertido para drenagem das águas pluviais em troços rectos (2 vias)

Nas estradas com faixas de rodagem unidireccionais, o pavimento de cada faixa de rodagem deve ser inclinado para o exterior e no caso de estradas 2x3 vias, é conveniente inclinar duas vias para o exterior e uma para o separador (figura 1.29.).

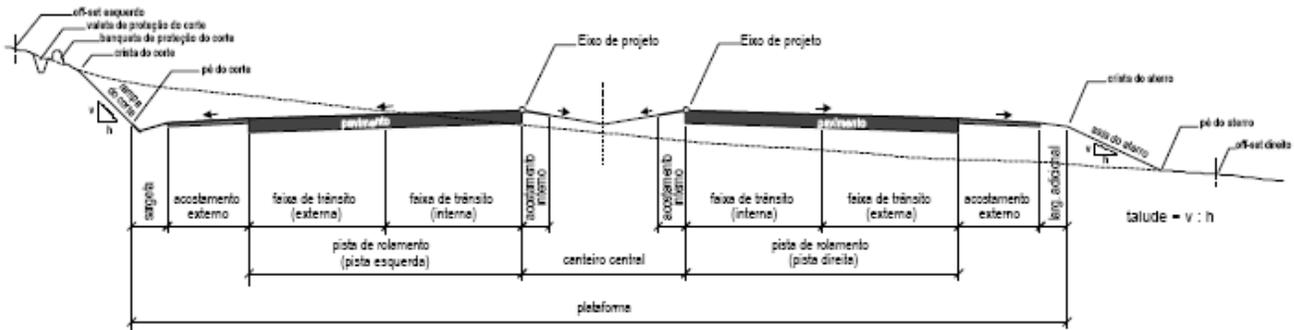


figura 1.29. Inclinação transversal em V invertido para drenagem das águas pluviais em troços rectos

1.2. Traçado em planta (directriz)

Os diferentes elementos geométricos do traçado em planta são os alinhamentos rectos (ou tangentes), as curvas circulares e as curvas de transição (alinhamento é um troço, plano ou curvo, do traçado da estrada). Normalmente, como já foi referido, os alinhamentos rectos são implantados em primeiro lugar (determinados pela topografia da zona), definindo a orientação geral do traçado e são caracterizados pelo respectivo comprimento e rumo; quando a directriz muda de rumo e os alinhamentos rectos formam ângulos de deflexão, são inscricas curvas que ligam as secções rectilíneas do traçado. No caso de serem utilizados arcos de circunferência, os elementos relevantes são o raio de curvatura, o ângulo de deflexão e o comprimento do arco (figura 1.30).

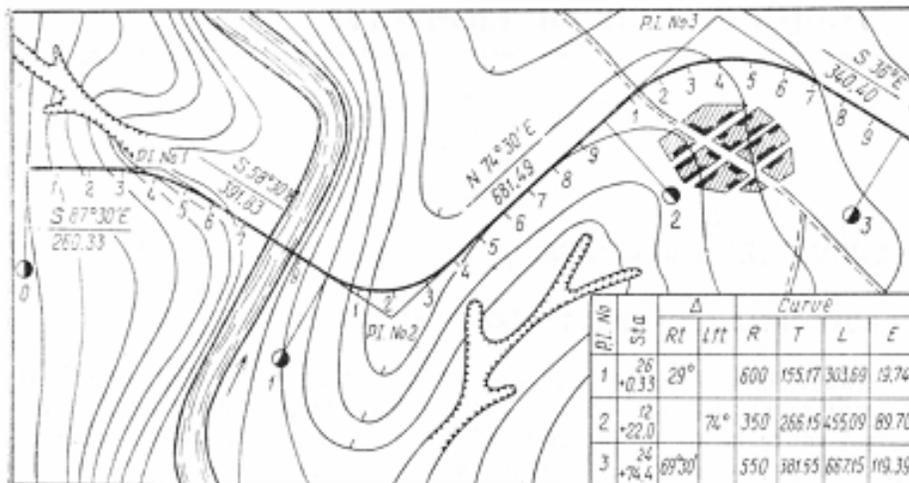


figura 1.30. Alinhamentos rectos e curvas circulares

A qualidade das curvas de uma via de comunicação afecta a circulação de diversas formas: à medida que o veículo se desloca ao longo da curva, a força centrífuga, proporcional à curvatura, tende a desloca-lo para o exterior da sua trajectória, o que diminui a respectiva estabilidade, em especial em pisos escorregadios, para além de provocar desconforto para os ocupantes do veículo; em zonas montanhosas, as curvas cujo raio de curvatura é pequeno oferecem uma visibilidade reduzida, o que obriga à redução da velocidade.

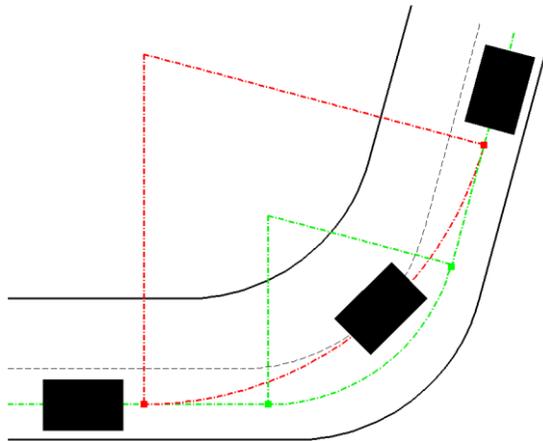


figura 1.31. Transição tangente-curva circular: a curva foi projectada com um dado raio (verde), ao qual está associada uma velocidade adequada; se a curva é percorrida a uma velocidade maior do que a velocidade prevista, o condutor tem que percorrer uma trajectória com um raio maior (encarnado) de forma a manter o valor da força centrífuga $F_C = \frac{mv^2}{R}$, sendo obrigado a invadir a faixa contrária

Na passagem de um troço rectilíneo para um arco de circunferência (figura 1.31.) verifica-se uma variação brusca da aceleração radial, de um valor nulo para um valor fixo, isto é, passa-se instantaneamente de um raio de curvatura infinito (tangente) para um raio de curvatura finito, sendo o condutor obrigado a reduzir a velocidade e/ou a aumentar o raio de curvatura da curva efectuada, o que o pode levar a “cortar” a curva, invadindo a faixa contrária.

Para minimizar este problema utilizam-se curvas de transição ou de concordância horizontais (nos IP e IC, clotóides, podendo noutros casos utilizar-se parábolas cúbicas ou lemniscatas) para estabelecer a ligação entre um alinhamento recto e um arco de circunferência (figura 1.32.).

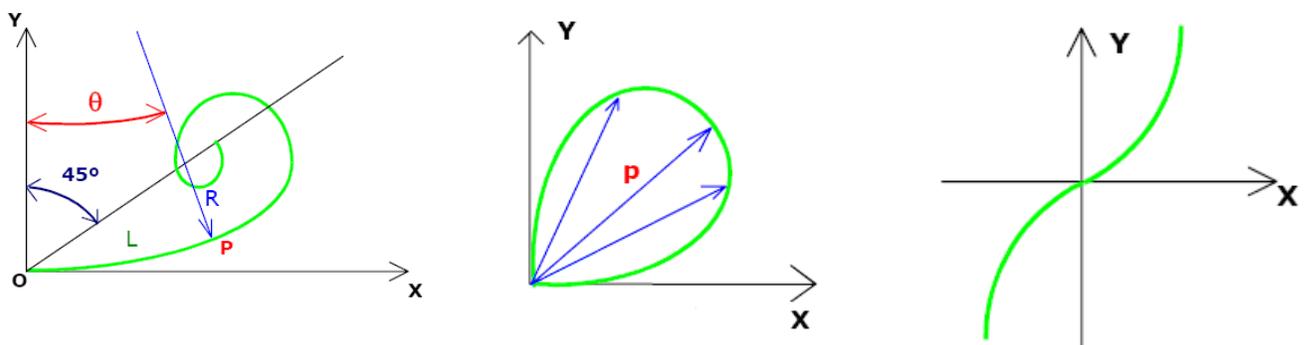


figura 1.32. Tipos de curvas utilizadas como transição: clotóide ($R.L=k$), lemniscata ($R.p=k$), parábola cúbica ($y=a.x^3$)

Desta forma obtém-se uma variação gradual (linear, no caso da clotóide) da curvatura entre aqueles dois elementos (figura 1.33.), permitindo que o veículo mantenha a velocidade na passagem da tangente para a curva circular.

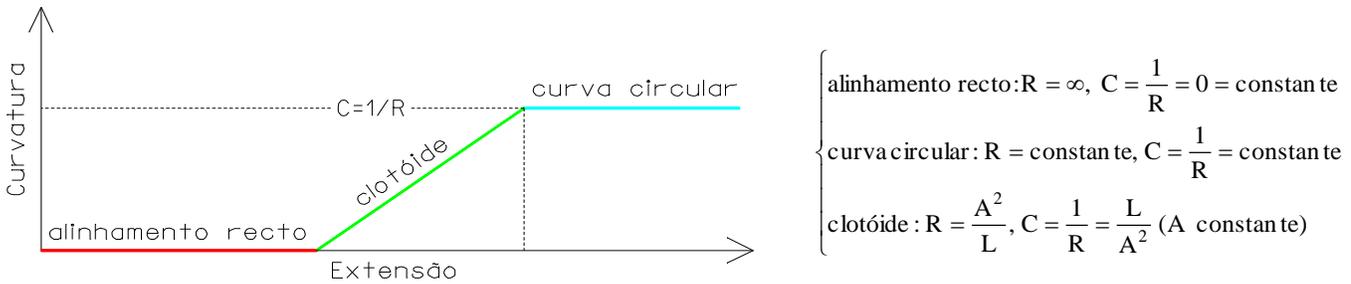
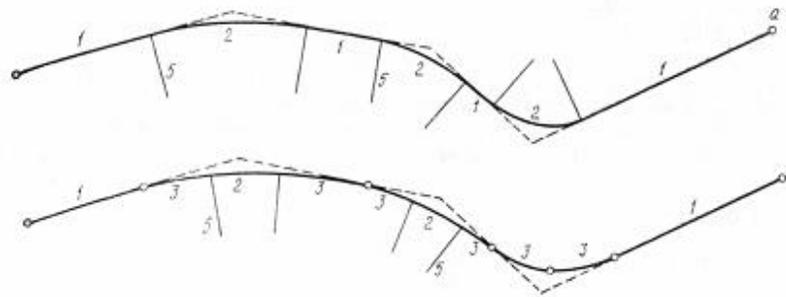


figura 1.33. Variação linear da curvatura da clotóide entre dois valores fixos 0 (alinhamento recto) e C (curva circular)

A melhor adaptação das clotóides (figura 1.34.) ao terreno tem como consequência um menor movimento de terras na respectiva implantação, o que reduz o custo das mesmas.

figura 1.34. a) tangentes e curvas circulares b) tangentes, curvas circulares e arcos de clotóide;
 1=tangentes; 2=arcos circulares;
 3=arcos de clotóide; 5=raios dos arcos circulares



1.2.1. Tangentes

Uma tangente pode ser vantajosa como elemento do projecto em circunstâncias específicas do relevo, como por exemplo em regiões planas e em vales largos, em zonas de intersecções e para a geração de distâncias de visibilidade para ultrapassagem; no entanto, normalmente integram-se mal na topografia, provocam o aumento do encadeamento na condução nocturna, tornam a condução monótona e dificultam a avaliação das distâncias e das velocidades. Assim, a extensão máxima de um alinhamento recto, em metros, com inclinação longitudinal constante, deverá ser $\leq 20 V_{base}$; por outro lado, deverá verificar-se que a extensão do alinhamento recto, em metros, deverá ser $\geq 6 V_{base}$, o que garante uma boa orientação óptica.

Sempre que possível, devem evitar-se orientações coincidentes com o nascente e o poente; se existirem ventos fortes dominantes, a orientação ideal coincide com a desses ventos.

A tabela 1.12. resume os parâmetros fundamentais do traçado em planta (os valores da extensão mínima dos alinhamentos rectos são indicativos).

Velocidade base (km/h)	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	
Extensão mínima (m)	-	-	360	420	480	540	600	660	720	780	840	
Extensão máxima (m)	-	-	1200	1400	1600	1800	2000	2200	2400	2600	2800	
Raio mínimo sem sobrelevação (m)	> 2500							> 5000				

tabela 1.12. Alinhamentos Rectos

1.2.2. Curvas circulares

Um arco circular de raio R e de comprimento l_a (ou amplitude θ), pode caracterizar-se por:

a) curvatura C, igual ao inverso do raio (de curvatura) R, isto é, $C=1/R$. Por convenção, o sinal positivo do raio R indica uma curva à direita (no sentido crescente da quilometragem), enquanto que o sinal negativo de R indica uma curva à esquerda.

b) grau da curva D_a (em função do arco), igual ao ângulo ao centro subtendido por um arco de comprimento igual a 100 m (figura 1.35.), em que $l_a = \frac{2\pi R\theta}{360}$ m, $D_a = \frac{36000^0}{2\pi R}$, $D_a = \frac{100 \theta}{l_a}$.

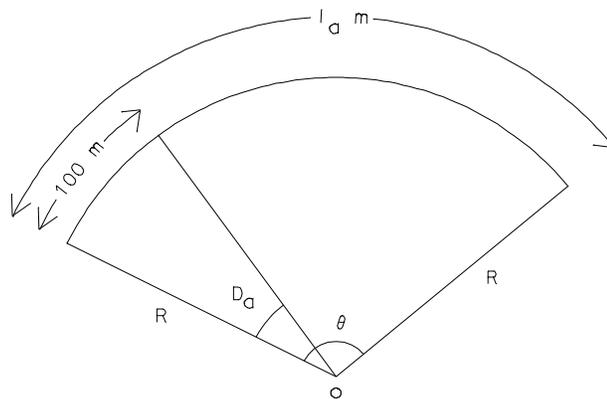


figura 1.35. Grau D_a de uma curva circular

c) grau da curva D_c (em função da corda), igual ao ângulo subtendido por uma corda de comprimento igual a 100 m (figura 1.36.), em que $\sin\left(\frac{D_c}{2}\right) = \frac{50}{R}$, $l_c = 100 \frac{\theta}{D_c}$, com l_c =somatório dos comprimentos ao longo das cordas

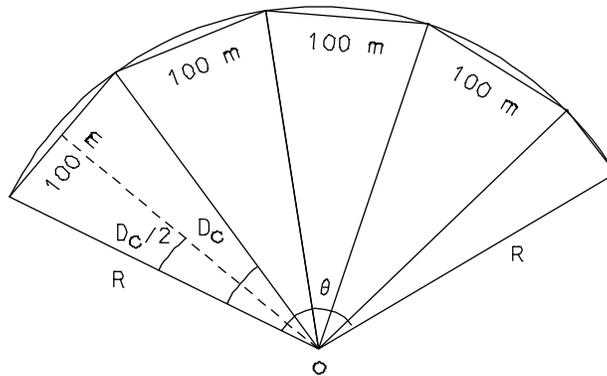


figura 1.36. grau D_c de uma curva circular

Para o que se segue, é conveniente relembrar a geometria da circunferência: sendo $\angle AOB = \theta$ o ângulo ao centro subtendido pelos pontos A e B sobre a circunferência (designado por ângulo de dupla deflexão), para qualquer ponto C sobre a circunferência tem-se $\angle ACB = \theta/2$; supondo que o ponto C se desloca sobre a circunferência convergindo para o ponto A, no limite a direcção CA é tangente à circunferência em A (figura 1.37.).

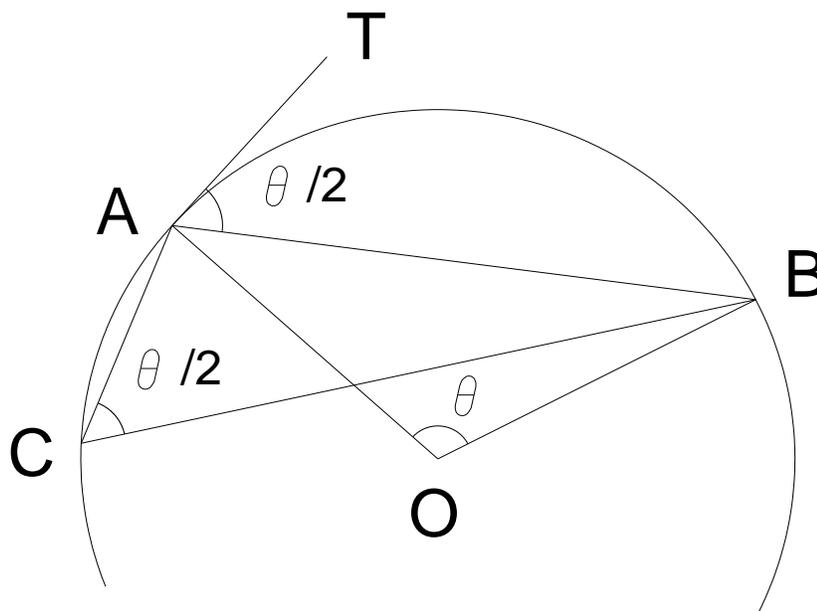


figura 1.37. Geometria da circunferência

Da figura 1.38., tem-se:

- 1) $\tan\left(\frac{I}{2}\right) = \frac{T}{R} \Rightarrow T = R \tan\left(\frac{I}{2}\right)$ (triângulo OAV)
- 2) $\sin\left(\frac{I}{2}\right) = \frac{C}{2R} \Rightarrow C = 2R \sin\left(\frac{I}{2}\right)$ (triângulo OFA)
- 3) $\cos\left(\frac{I}{2}\right) = \frac{C}{2T} \Rightarrow C = 2T \cos\left(\frac{I}{2}\right)$ (triângulo AFV)
- 4) $\cos\left(\frac{I}{2}\right) = \frac{OF}{R} \Rightarrow OF = R \cos\left(\frac{I}{2}\right)$ (triângulo OFA)
- 5) $M = R - OF = R - R \cos\left(\frac{I}{2}\right) = R \left(1 - \cos\left(\frac{I}{2}\right)\right)$
- 6) $\cos\left(\frac{I}{2}\right) = \frac{R}{OV} \Rightarrow OV = \frac{R}{\cos\left(\frac{I}{2}\right)}$ (triângulo OAV)
- 7) $E = OV - R = VD = \frac{R}{\cos\left(\frac{I}{2}\right)} - R = R \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{I}{2}\right)} - 1\right)$

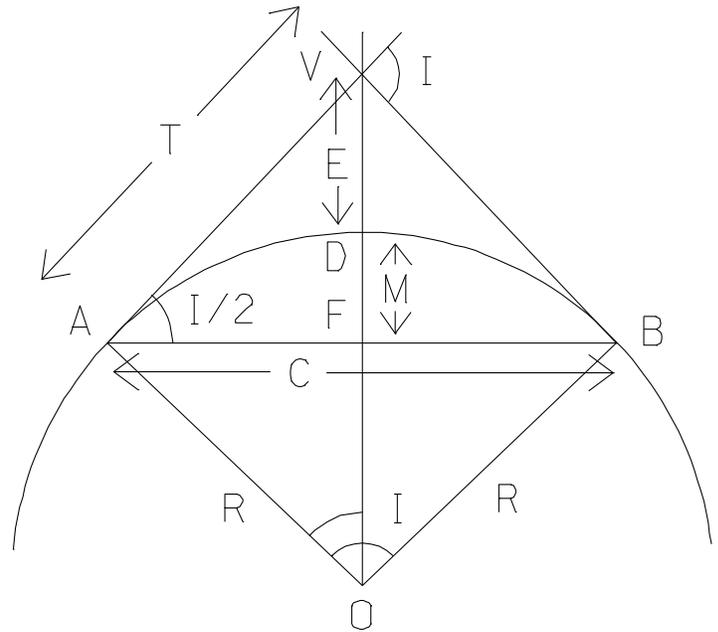


figura 1.38. Geometria de um arco circular: A=PC, B=PT, V=PI, C=AB, AV=T, AB=C, FD=M, VD=E

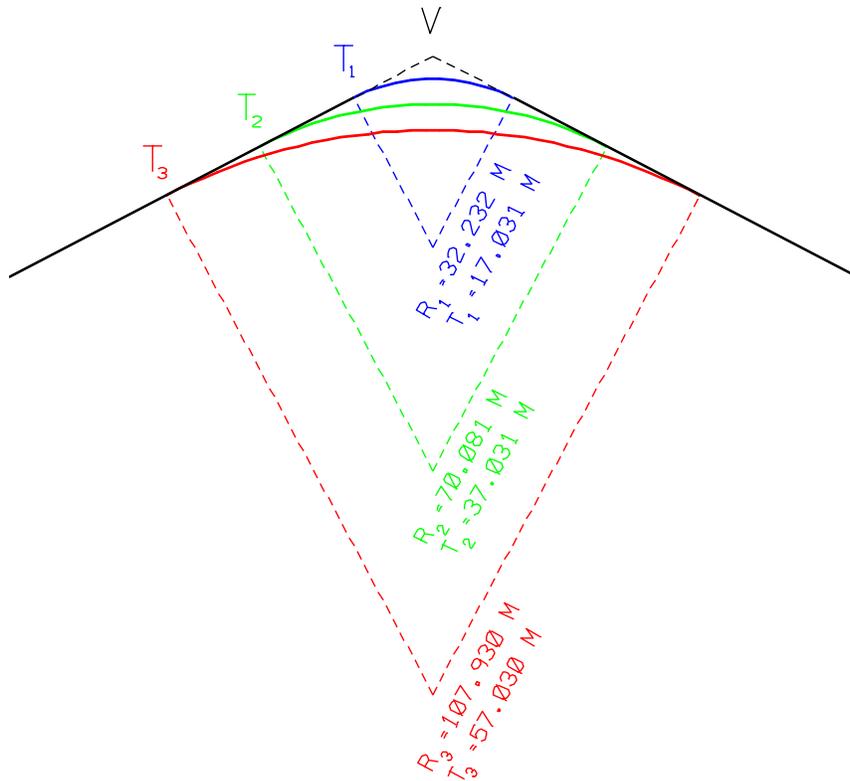


figura 1.39. Mantendo o ângulo de dupla deflexão invariável, o aumento de T implica o aumento de R:

$$T = R \tan\left(\frac{I}{2}\right)$$

As curvas circulares são piquetadas a partir do ponto A=PC, tomando como base a direcção da tangente (aponta-se a estação total para a tangente precedente, reitera-se o limbo azimuthal a 180°, gira-se o aparelho 180° e conhecida a quilometragem do ponto A=PC, determina-se o comprimento L sobre a curva até ao ponto seguinte cuja quilometragem é múltipla de 25 m e, de $L = RI$ calcula-se o ângulo de dupla deflexão correspondente a esse ponto: $I = \frac{L}{R}$ rad; de $\sin \frac{I}{2} = \frac{C}{2R}$, onde C é o comprimento da corda entre o ponto A=PC e o ponto que se pretende piquetar, vem $C = 2R \sin \frac{I}{2}$. Gira-se então a estação total de um ângulo I/2 e nessa direcção, à distância (horizontal) C, coloca-se uma estaca a materializar o ponto pretendido P (figura 1.40.). Para definir os restantes pontos do arco circular, repete-se o procedimento anterior, acrescentando sucessivamente 25 m ao valor de L, até que a distância ao ponto B=PT seja inferior a 25 m; a estaca correspondente a este ponto é definida pelo valor de L definido pelo ângulo ao centro subtendido pelos pontos PT e PC (ângulo de dupla deflexão).

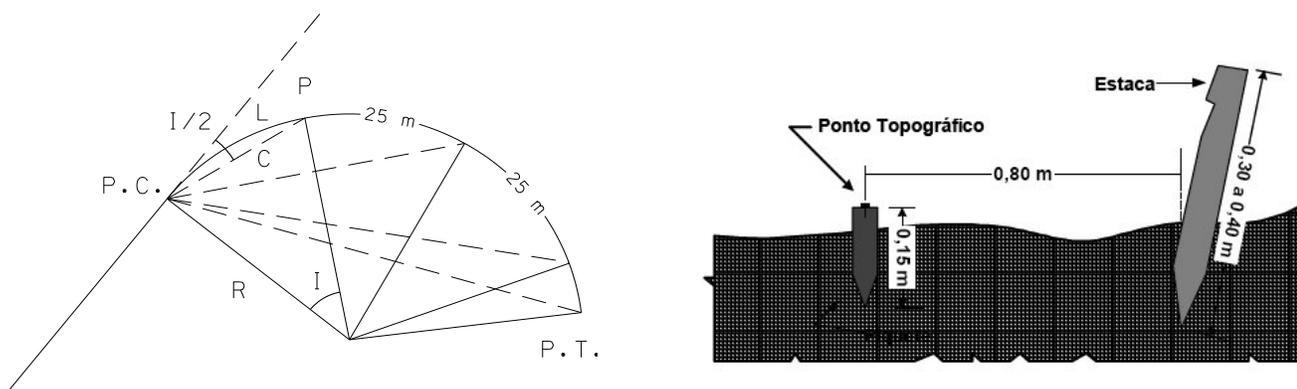


figura 1.40. Determinação dos parâmetros (I/2, C) que definem o ponto P: a posição exacta do ponto topográfico é assinalada no topo da estaca por um prego. Para se obter uma indicação de sua localização, coloca-se na vizinhança da estaca anterior (a cerca de 80 cm) outra estaca maior, mais visível, designada por estaca testemunha.

Do ponto A=PC deve também piquetar-se o ponto V, cuja quilometragem é conhecida. Estacionando em V e lendo no limbo azimuthal o ângulo 180°-I desde a direcção da tangente anterior, define-se a tangente posterior.

Por vezes o ponto V não é acessível; marcam-se então os pontos A e B, o mais afastado possível dos pontos de tangência (figura 1.41.), sobre cada uma das tangentes e medem-se a distância AB e os ângulos BAT₁ e ABT₂; dos ângulos VAB=180°- BAT₁ e VBA=180°- ABT₂ deduz-se o ângulo AVB; pode assim resolver-se o triângulo AVB, obtendo-se as distâncias AV e BV, que subtraídas aos valores de VT₁ e VT₂ permitem obter AT₁ e BT₂.

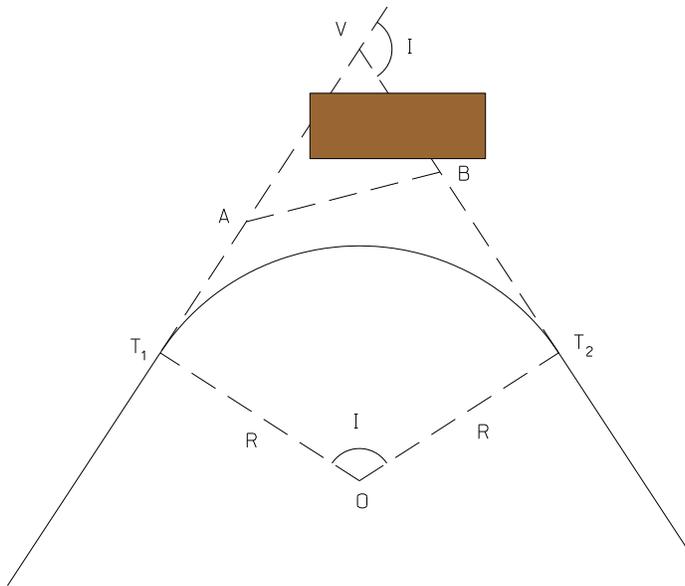
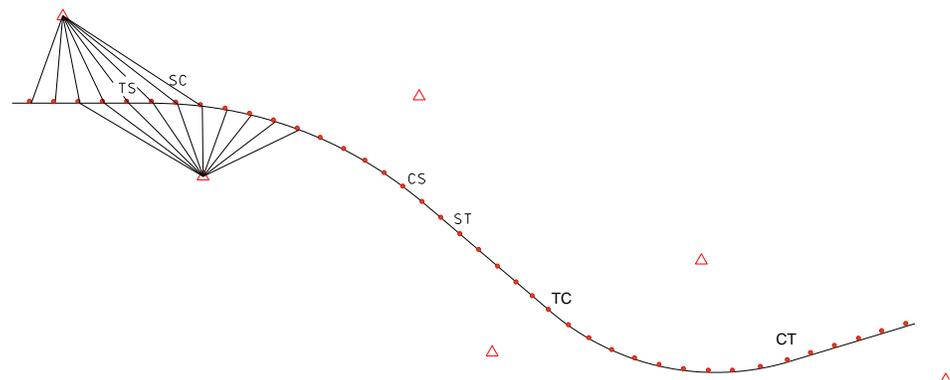


figura 1.41. Impossibilidade de estacionar no ponto V

A implantação (piquetagem) do eixo a partir das coordenadas dos pontos notáveis e dos pontos múltiplos de 25 m (através de estacas encarnadas com a indicação da quilometragem) materializa no terreno o posicionamento da estrada, sendo mais eficiente do que a piquetagem desses mesmos pontos efectuada estacionando nos pontos notáveis da directriz e utilizando ângulos de deflexão e comprimento das cordas. Para o efeito, recorre-se à poligonal de apoio que foi previamente materializada (figura 1.42.) e às coordenadas dos pontos notáveis e dos pontos múltiplos de 25 m (que foram calculadas por transporte a partir das coordenadas do ponto origem utilizando os ângulos de deflexão e os comprimentos das cordas), utilizando rumos e distâncias (horizontais). Uma vez que é difícil saber previamente se uma dada estaca é visível a partir de uma dada estação da poligonal, o cálculo é efectuada, para uma dada estaca, partindo de várias estações. Esta poligonal também é utilizada para a implantação dos vértices da faixa a expropriar (tabela 1.13.) e os limites dos taludes.

figura 1.42. Poligonal de apoio à piquetagem do eixo: é nestes pontos que vão ser efectuados os perfis transversais, importantes para o cálculo do volume de terras associado à construção da estrada



```

IMPLANTACAO  POR  RUMO  E  DISTANCIA  OU  POR  INTERSECCAO
*****
VERTICE DA * RUMO DO * PONTOS A * RUMO DE * ANGULO * DISTANCIA *
POLIGONAL * LADO DA * IMPLANTAR * DE * DE *
* (I) * *POLIGONAL* * IMPLANT* * AZIMUTAL* IMPLANTACAO*
* *para tras* * * * *
COORDENADAS * R(I) * COORDENADAS * I * I * I *
* M(I) P(I) * * M(J) P(J) * R' * J * A =R'-R * D *
* * * * * * * * *
* (metros) * (grados)* (metros) * (grados)* (grados)* (metros) *
*****
* I34 * * * * * *
* M -38557.879 * * * * *
* P 237908.452 * * * * *
*****
* I35 * 158.074 *-> KM 2 * 126.286 * 368.212 * 110.398 *
* M -38805.748 * *M -38704.628 * * * * *
* P 238228.770 * *P 238184.471 * * * * *
* * * * 107.266 * 349.192 * 93.570 *
* * * * *M -38712.787 * * * * *
* * * * *P 238218.114 * * * * *
* * * * *-> KM 6 * 69.885 * 311.811 * 93.265 *
* * * * *M -38722.725 * * * * *
* * * * *P 238271.261 * * * * *
* * * * *-> KM 8 * 51.589 * 293.515 * 109.712 *
* * * * *M -38726.258 * * * * *
* * * * *P 238304.388 * * * * *
* * * * *-> KM 10 * 51.411 * 293.338 * 122.924 *
* * * * *M -38716.922 * * * * *
* * * * *P 238313.742 * * * * *
* * * * *-> KM 12 * 43.910 * 285.836 * 142.327 *
* * * * *M -38715.180 * * * * *
* * * * *P 238338.563 * * * * *
* * * * *-> KM 14 * 33.961 * 275.887 * 160.301 *
* * * * *M -38724.233 * * * * *
* * * * *P 238366.798 * * * * *
* * * * *-> KM 16 * 24.257 * 266.183 * 214.281 *
* * * * *M -38726.063 * * * * *
* * * * *P 238427.684 * * * * *
* * * * *-> KM 18 * 21.906 * 263.833 * 244.691 *
* * * * *M -38723.200 * * * * *
* * * * *P 238459.117 * * * * *
* * * * *-> KM 20 * 20.571 * 262.497 * 275.368 *
* * * * *M -38718.309 * * * * *
* * * * *P 238489.887 * * * * *
*****
* I36 * 193.172 *-> KM 14 * 171.788 * 378.616 * 290.703 *
* M -38848.883 * *M -38724.233 * * * * *
* P 238629.421 * *P 238366.798 * * * * *
* * * * *-> KM 16 * 165.185 * 372.013 * 236.183 *
* * * * *M -38726.063 * * * * *
* * * * *P 238427.684 * * * * *
* * * * *-> KM 18 * 159.526 * 366.353 * 211.659 *
* * * * *M -38723.200 * * * * *
* * * * *P 238459.117 * * * * *
    
```

tabela 1.13. Elementos para implantação dos vértices de expropriação a partir dos vértices da poligonal : o vértice nº14, por exemplo, pode ser implantado do vértice I35 e do vértice I36

A piquetagem é efectuada com o auxílio de uma Estação Total, cravando no solo estacas pintadas com cores apropriadas tendo em conta o elemento a piquetar. Por exemplo, os pontos da directriz são identificados por estacas de cor encarnada contendo informação da diferença entre a rasante da estrada e a cota do terreno. Na estaca está desenhada uma seta que indica se o volume de terras é a escavar ou a aterrar, dependendo do sentido da seta, respectivamente.

	Dimensões	Cor	Referência
EIXO	0,60 x 0,05 x 0,05	Vermelho	Distância à Origem
TALUDES	0,50 x 0,04 x 0,025	Amarelo	(---)
EXPROPRIAÇÕES	1,00 x 0,05 x 0,05	Azul	(---)

tabela 1.14. Estacas para piquetagem

1.2.3. Intersecção de uma curva com uma recta

Ocorre com frequência o problema da determinação do ponto P de intersecção de uma curva circular com uma recta de direcção conhecida (por exemplo a intersecção da directriz com uma estrema); estacionando em A e supondo conhecidos R, I, α e $\overline{AP'}$, pretende-se determinar $\theta/2$ e \overline{AP} (figura 1.43.), elementos para a implantação do ponto P.

Do triângulo NAP' tem-se $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$, donde $\beta = 90^\circ - \alpha$ e, portanto, determina-se β tal que $\sin\beta = \cos\alpha$; de $\tan \alpha = \overline{NA} / \overline{AP'}$, tem-se que $\overline{NA} = \overline{AP'} \tan \alpha$ e, portanto, $\overline{ON} = R - \overline{NA} = R - \overline{AP'} \tan \alpha$.

Do triângulo ONP tem-se $\theta + \phi - 180^\circ - \beta = 180^\circ$, donde $\theta = \beta - \phi$; de $\overline{ON} / \sin \phi = R / \sin(180^\circ - \beta)$ tem-se $\sin \phi / \sin \beta = (R - \overline{AP}' \tan \alpha) / R$ ou $\sin \phi / \cos \alpha = 1 - \overline{AP}' \tan \alpha / R$ ou ainda $\sin \phi = \cos \alpha - \overline{AP}' \sin \alpha / R$; então, $\phi = \arcsin(\cos \alpha - \overline{AP}' \sin \alpha / R)$; conhecido ϕ , obtém-se $\theta = \beta - \phi$, sendo $\theta/2$ o ângulo de deflexão para a piquetagem do ponto P.

De $\sin(\theta/2) = \overline{PA} / 2R$ tem-se que $\overline{PA} = 2R \sin(\theta/2)$, comprimento da corda AP.

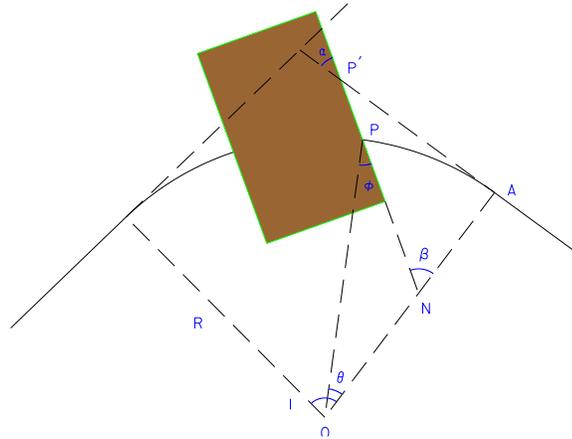


figura 1.43. Intersecção de uma curva com uma recta

1.2.4. Curvas compostas

Uma curva composta consiste em duas (ou mais) curvas circulares que deflectem na mesma direcção, têm uma tangente comum e os dois (ou mais) centros do mesmo lado da curva (figura 1.44.). A utilização de curvas compostas permite um melhor ajustamento do traçado da via de comunicação a condições topográficas complexas (não devem no entanto ser utilizadas curvas compostas no caso em que curvas circulares (simples) resolvam o problema). Como já se disse, este tipo de curvas não deve ser utilizados nos traçados dos IP e dos IC pois na transição entre as duas curvas circulares há uma discontinuidade na curvatura que pode ser perigosa. Definidos no projecto os valores de R_1, R_2, I_1, I_2 , pretende-se determinar os valores das tangentes à esquerda T_L e à direita T_R (em relação a V, no sentido crescente da quilometragem). Podem para isso utilizar-se dois métodos:

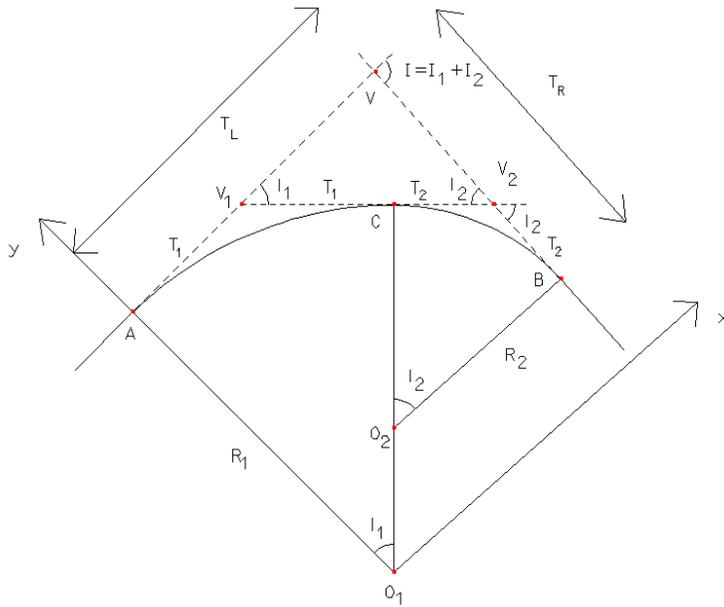


figura 1.44. Curva composta: $A=PC_1$, $B=PT_2$,
 $C=PT_1=PC_2=PCC.$, $T_1=V_1C$, $T_2=V_2C$, $T_L=AV$,
 $T_R=BV$

a) método do vértice do triângulo: das relações $V_1C = T_1 = R_1 \tan \frac{I_1}{2}$, $V_2C = T_2 = R_2 \tan \frac{I_2}{2}$ e como $V_1V_2 = T_1 + T_2$, tem-se, considerando o triângulo VV_1V_2 :

$$\frac{\sin I_1}{VV_2} = \frac{\sin I_2}{VV_1} = \frac{\sin (180 - I_1 - I_2)}{V_1V_2}.$$

Então:

$$\begin{cases} T_L = T_1 + VV_1 = T_1 + (T_1 + T_2) \frac{\sin I_2}{\sin I} \\ T_R = T_2 + VV_2 = T_2 + (T_1 + T_2) \frac{\sin I_1}{\sin I} \end{cases}$$

b) método do polígono: sendo nula a soma das coordenadas em X e Y dos vértices do polígono $AVBO_2O_1A$, tem-se, tomando como direção de referência a direção $O_1A=Y$: $\angle YO_1A = 0^\circ$, $O_1A = R_1$, $\angle YAV = 90^\circ$, $AV = T_L$, $\angle YVB = 90^\circ + I$, $VB = T_R$, $\angle YBO_2 = 180^\circ + I$, $BO_2 = R_2$, $\angle YO_1O_2 = 180^\circ + I_1$, $O_1O_2 = R_1 - R_2$. Assim, segundo X, vem: $T_L + T_R \cos I - R_2 \sin I - (R_1 - R_2) \sin I_1 = 0$ e segundo Y, vem: $R_1 - T_R \sin I - R_2 \cos I - (R_1 - R_2) \cos I_1 = 0$. Conjugando as 2 últimas expressões, tem-se:

$$\begin{cases} T_L = R_2 \sin I + (R_1 - R_2) \sin I_1 - T_R \cos I \\ T_R = \frac{R_1 - R_2 \cos I - (R_1 - R_2) \cos I_1}{\sin I} \end{cases}$$

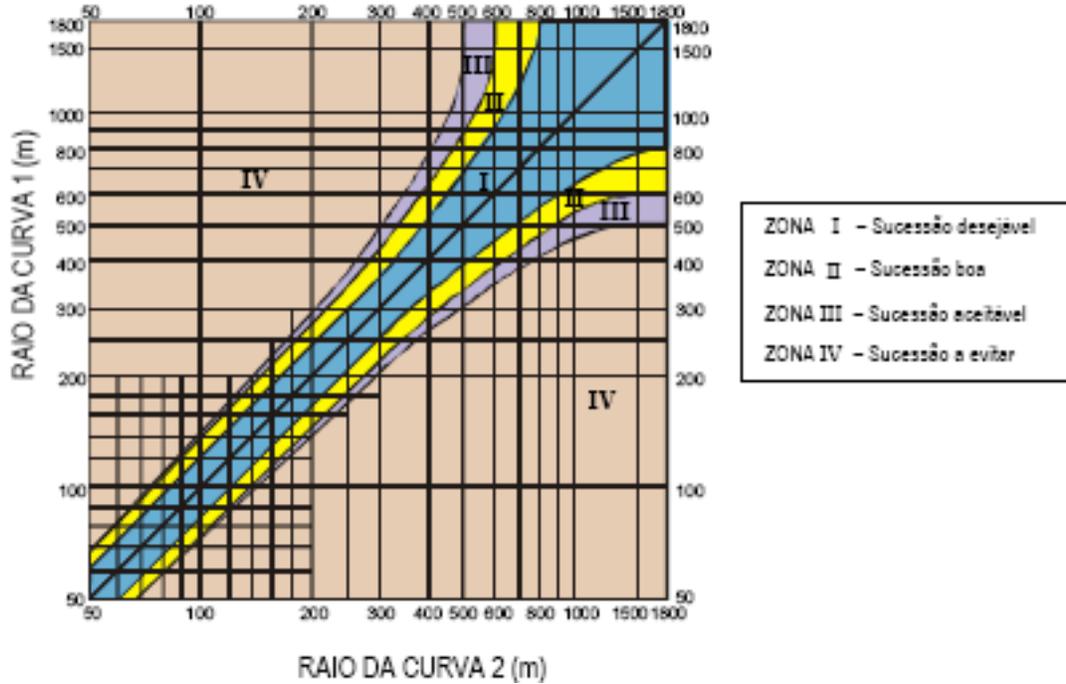


figura 1.45: Proporção equilibrada entre raios de curvas compostas

1.2.5. Curvas reversas

Uma curva reversa consiste em duas curvas circulares que deflectem em direcções contrárias, têm uma tangente comum e os centros em lados opostos dessa tangente. Há a considerar vários casos:

a) tangentes às curvas circulares nas duas extremidades A e B paralelas, raios iguais ou diferentes (figura 1.46.):

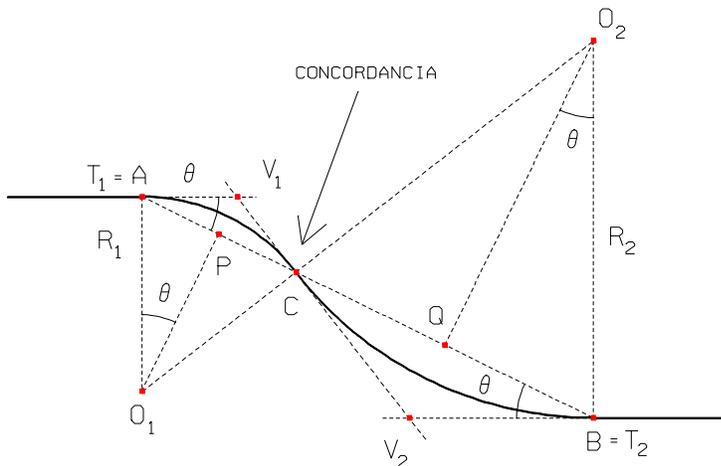


figura 1.46. Curva reversa: se as tangentes são paralelas, os ângulos de dupla deflexão das duas curvas são iguais

Input: AB, θ , R_1 , Output: R_2

(fixados a distância AB e o ângulo θ , a distância entre as tangentes fica definida)

de $AC = 2AP = 2R_1 \sin \theta$,

$BC = 2BQ = 2R_2 \sin \theta$ e de $BC = AB - AC$, ou seja,

$$R_2 = \frac{AB}{2 \sin \theta} - R_1.$$

No caso em que os raios das duas curvas são iguais, tem-se $R_1 = R_2 = R = \frac{AB}{4 \sin \theta}$.

b) tangentes às curvas circulares nas duas extremidades A e B não paralelas, raios iguais (figura 1.47.):

Input: AB, θ, γ, Output: R

de $O_1S \parallel AB$, $PO_1 \perp AB$, $QO_2 \perp AB$, $O_1O_2 = 2R$, tem-se

$\sin \beta = \frac{O_2S}{O_1O_2}$, $\cos \beta = \frac{O_1S}{O_1O_2}$; do triângulo APO_1 tem-se

$AP = R \sin \theta$, $PO_1 = R \cos \theta$; do triângulo BQO_2 tem-se

$BQ = R \sin \gamma$, $O_2Q = R \cos \gamma$; de

$O_2S = O_2Q + QS = R \cos \gamma + R \cos \theta = R(\cos \theta + \cos \gamma)$ e de

$O_1S = 2R \cos \beta = AB - (AP + QB) = AB - R(\sin \theta + \sin \gamma)$ tem-se

$$R = \frac{AB}{2 \cos \beta + \sin \theta + \sin \gamma}, \text{ em que}$$

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{O_2S}{O_1O_2} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{R(\cos \theta + \cos \gamma)}{2R} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{\cos \theta + \cos \gamma}{2} \right).$$

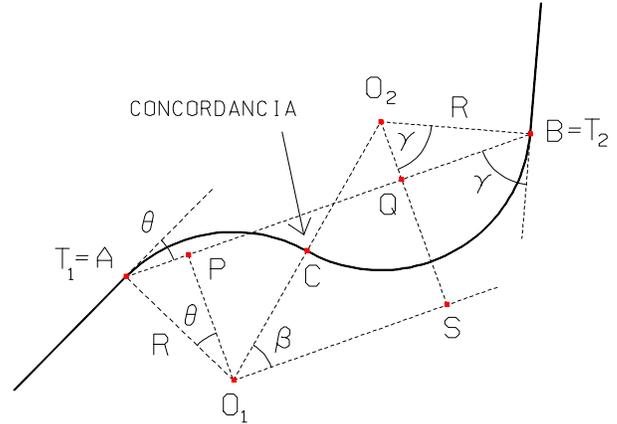
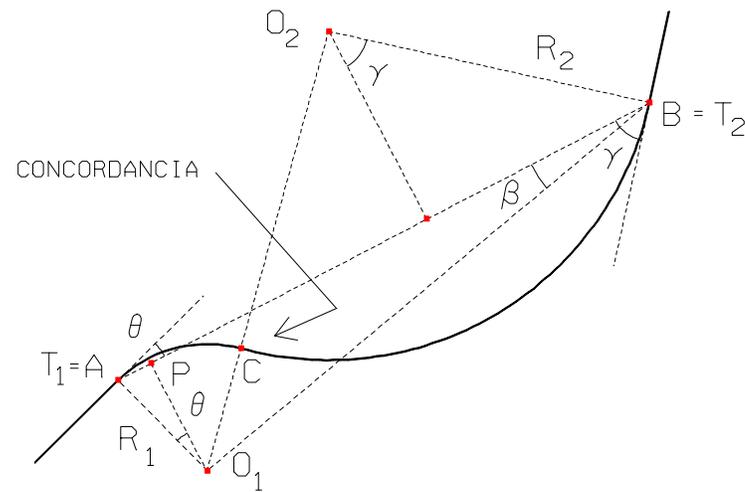


figura 1.47. Curva reversa

c) tangentes nas duas extremidades A e B às curvas circulares não paralelas, raios diferentes (figura 1.48.):



Input: AB, θ, γ, R1, Output: R2

figura 1.48. Curva reversa

Da figura 1.48. tem-se $O_1P \perp AB$, $AP = R_1 \sin \theta$, $O_1P = R_1 \cos \theta$, $PB = AB - AP = AB - R_1 \sin \theta$,

$$\beta = \tan^{-1} \frac{O_1P}{PB} = \tan^{-1} \frac{R_1 \cos \theta}{AB - R_1 \sin \theta}, \quad O_1B = \frac{O_1P}{\sin \beta} = \frac{R_1 \cos \theta}{\sin \beta}.$$

Do triângulo O_1O_2B tem-se $(O_1O_2)^2 = (O_2B)^2 + (O_1B)^2 - 2(O_2B)(O_1B)\cos(O_1BO_2)$, isto é,

$$(R_1 + R_2)^2 = R_2^2 + \frac{R_1^2 \cos^2 \theta}{\sin^2 \beta} - \frac{2R_1R_2 \cos \theta \cos(90 - (\gamma - \beta))}{\sin \beta},$$

$$R_1^2 + R_2^2 + 2R_1R_2 = R_2^2 + \frac{R_1^2 \cos^2 \theta - 2R_1R_2 \cos \theta \sin(\gamma - \beta) \sin \beta}{\sin^2 \beta}$$

donde

$$R_2 = \frac{R_1 (\cos^2 \theta - \sin^2 \beta)}{2 \sin \beta (\sin \beta + \cos \theta \sin(\gamma - \beta))}.$$

1.2.6. Lacetes

No caso de alinhamentos rectos formando um ângulo muito pequeno, é por vezes necessário recorrer a um lacete para estabelecer a ligação entre eles. Os lacetes são um obstáculo para a fluidez da circulação, pelo que só devem ser utilizados quando as condicionantes topográficas não permitirem outra solução. Um lacete é constituído por três curvas circulares e dois pequenos alinhamentos rectos (figura 1.49.):

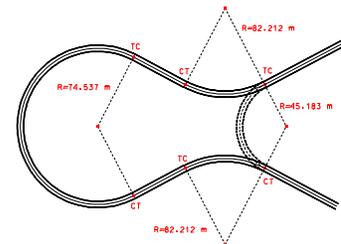
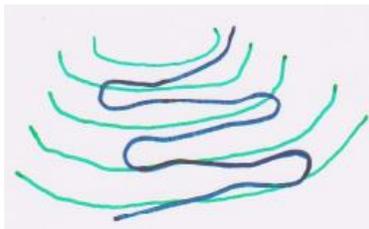


figura 1.49. Lacetes

1.2.7. Clotóides

As curvas de transição, que devem ser clotóides nos IP e IC, têm como função assegurar a variação contínua da aceleração centrífuga entre os alinhamentos rectos e as curvas circulares a qual, por razões de segurança e comodidade não deve exceder 0.6 m/s^2 , permitir efectuar convenientemente a transição da sobrelevação e da sobrelargura e melhorar a comodidade óptica do traçado, desde que o ângulo de deflexão seja, no mínimo, 3.5° .

As clotóides são caracterizadas pela expressão $A^2=RL$ (figura 1.50.), sendo A =constante o parâmetro da clotóide (m), que deve verificar as 3 funções anteriores, R o raio da curva (m) e L a extensão da clotóide (m), medida a partir da origem do referencial considerado, ou seja, em qualquer ponto da curva, o raio de curvatura é inversamente proporcional à abscissa curvilínea L . (figura 1.51.). Procura-se, em geral, um valor inteiro para R e para A , calculando-se então o valor de L .

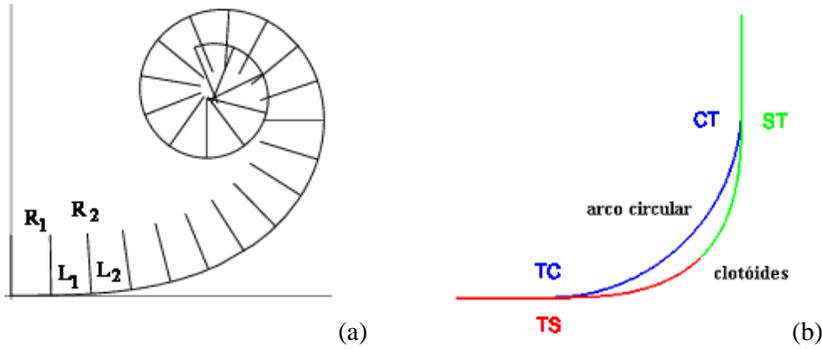


figura 1.50.

- (a) $L_1R_1 = L_2R_2 = \dots = A^2 = \text{constante}$;
- (b) Dois segmentos de recta ortogonais ligados quer por um arco circular (azul) quer por dois arcos de clotoide (os pontos de inserção das curvas nas rectas são idênticos)

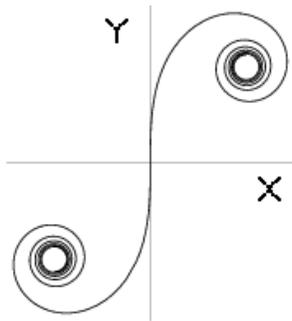
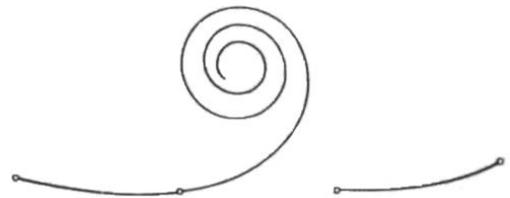


figura 1.51. Em geral, apenas se utiliza a parte central da clotoide



Sendo P um ponto genérico sobre a clotoide, L a distância sobre a clotoide desde a origem O até o ponto P, Δ o ângulo entre a tangente à clotoide em P e o eixo X e R o raio de curvatura da clotoide em P, considere-se um deslocamento infinitesimal dL sobre a curva, a que corresponde o ângulo infinitesimal d Δ (figura 1.52.). De $LR = A^2$ tem-se $R = \frac{A^2}{L}$; substituindo esta expressão em $dL = R d\Delta$ tem-se $dL = \frac{A^2}{L} d\Delta$ ou $L dL = A^2 d\Delta$ que, por integração, dá $\frac{L^2}{2} = A^2 \Delta$, donde $\Delta = \frac{L^2}{2A^2} = \frac{L}{2R}$, expressão que fornece Δ em função de L e de R.

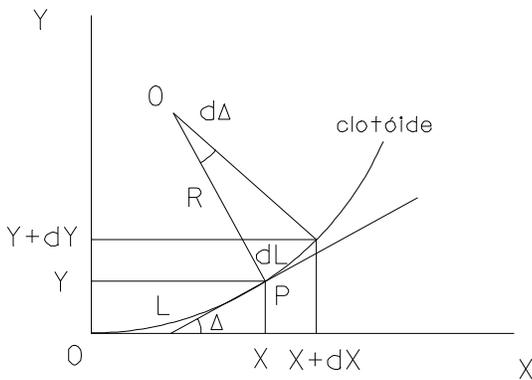


figura 1.52. Determinação das coordenadas cartesianas de um ponto da clotoide

Substituindo a expressão $dL = \frac{A^2}{L} d\Delta$ em $dX = dL \cos \Delta$ e $dY = dL \sin \Delta$ e tomando em consideração que

$A = \frac{L}{\sqrt{2\Delta}}$, tem-se:

$$\begin{cases} dX = \frac{A^2}{L} \cos \Delta = \frac{A^2}{\sqrt{2A^2\Delta}} \cos \Delta = \frac{A}{\sqrt{2\Delta}} \cos \Delta \\ dY = \frac{A^2}{L} \sin \Delta = \frac{A^2}{\sqrt{2A^2\Delta}} \sin \Delta = \frac{A}{\sqrt{2\Delta}} \sin \Delta \end{cases}$$

que, por integração (integrais de Fresnel):

$$\begin{cases} \int_0^X dX = X = \int_0^\Delta \frac{A}{\sqrt{2\Delta}} \cos \Delta d\Delta = A\sqrt{2\Delta} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{\Delta^{2i-2}}{(4i-3)(2i-2)!} = L \left(\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{\Delta^{2i-2}}{(4i-3)(2i-2)!} \right) \\ \int_0^Y dY = Y = \int_0^\Delta \frac{A}{\sqrt{2\Delta}} \sin \Delta d\Delta = A\sqrt{2\Delta} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{\Delta^{2i-1}}{(4i-1)(2i-1)!} = L \left(\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{\Delta^{2i-1}}{(4i-1)(2i-1)!} \right) \end{cases}$$

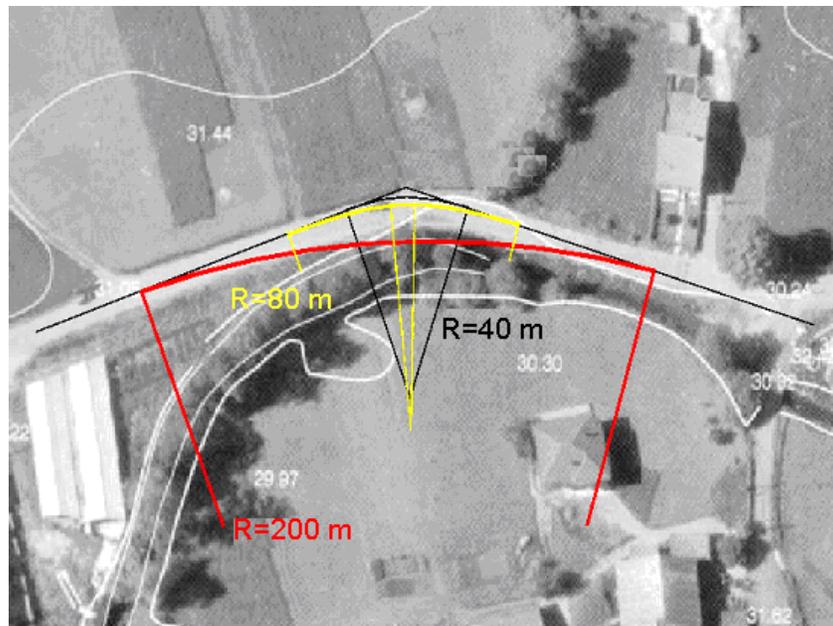


figura 1.53. A preto, traçado primitivo do eixo, constituído por uma curva circular de raio R=40 m ligando as duas tangentes; a encarnado, curva circular de ligação ideal, de raio R=200 m, difícil de implantar (traduz-se num grande movimento de terras, para além da necessidade de efectuar expropriações); a amarelo, clotóide ligando as tangentes

REQUERENTE : BRISA - Auto Estradas de Portugal SA
 PROJECTO : A8 Auto Estrada Lisboa/T.Vedras - Subl. Malveira/T.Vedras
 TROÇO : Eixo do sublanço Malveira/T. Vedras

CALCULO DA DIRECTRIZ

Elem. nº	KM INIC. Desenv.	RAIO	CLOTOIDE (A)		COORDENADAS (M)	(P)	RUMO (Gr)
TAN. 1	0+000.000 78.305			I	-93998.788	-81813.707	2.230
				F	-93996.035	-81735.450	
	SECÇÃO =====	M ===			P ===		
	25.000	-93997.909			-81788.722		
	50.000	-93997.030			-81763.738		
	75.000	-93996.151			-81738.753		
CLO. 1e	0+078.305 128.572		300.0	I	-93996.035	-81735.450	2.230
				F	-93995.450	-81606.928	
	SECÇÃO =====	M ===			P ===		
	100.000	-93995.291			-81713.768		
	125.000	-93994.582			-81688.778		
	150.000	-93994.197			-81663.782		
	175.000	-93994.309			-81638.782		
	200.000	-93995.093			-81613.796		
CUR. 1	0+206.877 180.363	-700.0		I	-93995.450	-81606.928	396.390
				F	-94028.624	-81430.150	
	SECÇÃO =====	M ===			P ===		
	225.000	-93996.711			-81588.849		
	250.000	-93999.217			-81563.977		
	275.000	-94002.609			-81539.209		
	300.000	-94006.884			-81514.579		
	325.000	-94012.036			-81490.117		
	350.000	-94018.058			-81465.854		
	375.000	-94024.942			-81441.822		
CLO. 1s	0+387.239 128.571		300.0	I	-94028.624	-81430.150	379.985
				F	-94075.766	-81310.585	
	SECÇÃO =====	M ===			P ===		
	400.000	-94032.676			-81418.050		
	425.000	-94041.163			-81394.537		
	450.000	-94050.251			-81371.246		
	475.000	-94059.758			-81348.124		

08/12/92

Pag. 1

tabela 1.15. Exemplo de cálculo da directriz

A quilometragem é medida ao longo da directriz, sobre os vários elementos que a compõem, tendo uma origem convencional numa das extremidades do lanço em projecto (km 0+0.000), em geral coincidindo com o eixo de uma estrada já existente. Para efeitos de projecto (tabela 1.15.) e de futura implantação são normalmente calculadas as coordenadas dos pontos da directriz com quilometragem múltipla de 25 m, contada a partir da origem considerada; além destes pontos, incluem-se os pontos notáveis da directriz, isto é, os pontos de transição tangente-curva circular (TC ou CT), pontos de transição tangente-clotóide (TS ou ST) e pontos de transição curva circular-clotóide (CS ou SC).

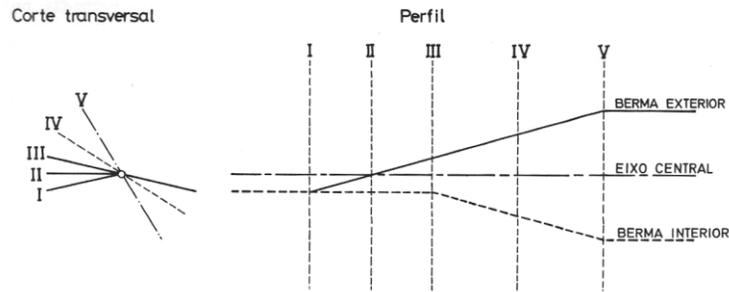


figura 1.54. Rotação em torno do eixo central

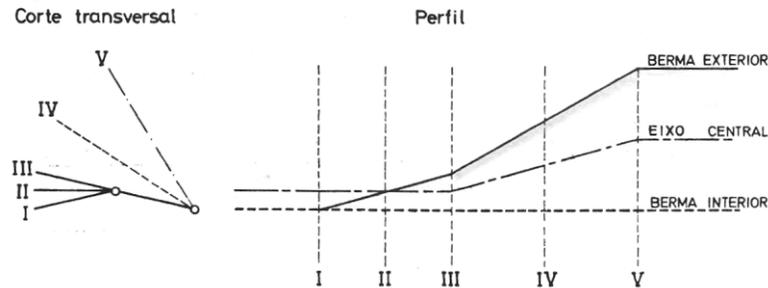


figura 1.55. Rotação em torno da berma do intradorso

A aplicação da sobrelevação pode ser efectuada por 2 métodos: rotação em torno do eixo central (figura 1.54.) e rotação em torno da berma do intradorso (figura 1.55.). O primeiro caso conduz a um deslocamento mínimo das bermas: o eixo central mantém-se invariável ao longo de toda a transição, enquanto a berma do extradorso sobe e a berma do intradorso desce. O segundo caso é preferível quando existem problemas de drenagem do pavimento e oferece uma melhor comodidade óptica; inicialmente a rotação processa-se como no caso anterior em torno do eixo central até que as duas pendentes atinjam a sobrelevação do intradorso e a partir desse ponto a rotação efectua-se em torno da berma do intradorso até ser atingida a sobrelevação máxima. Um terceiro método, a rotação em torno da berma do extradorso, deve apenas ser utilizado em casos muito particulares.

Na transição da tangente para a curva, a escolha do eixo de rotação depende do tipo de inclinação transversal no alinhamento recto, do valor da sobreelevação e das condições locais. Actualmente, nas estradas com duas faixas de rodagem, preconiza-se a rotação em torno do eixo da faixa de rodagem; nas estradas com faixas de rodagem unidireccionais, a rotação deve ser efectuada em torno do bordo interior de cada uma das faixas de rodagem (figura 1.56).

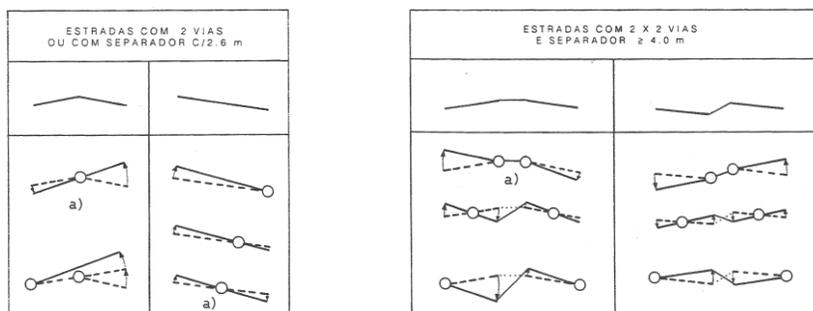


figura 1.56. Transição da sobreelevação: eixo de rotação, com a) sendo a solução desejável

Definida a curva de transição, a sobreelevação e a sobrelargura devem ser distribuídas linearmente ao longo dessa curva (figura 1.57.), caso o respectivo comprimento seja suficiente para tanto, do valor zero no início da curva de transição (TS) até ao valor máximo e% adoptado na curva circular (SC). Um factor adicional a ser considerado é a existência de um perfil em V invertido na tangente precedente: a transição de uma secção em recta com perfil transversal em V invertido para uma secção em curva deve ser cuidadosamente projectada, de forma a compatibilizar a inclinação transversal com a sobreelevação, sendo esta última efectuada ao longo da curva de transição; se o perfil transversal em V invertido fosse mantido ao longo da curva (quer da curva de transição quer da curva circular), na metade interior desta a resistência à derrapagem aumentaria devido à sobreelevação, enquanto que na metade exterior aconteceria o efeito contrário, pois a inclinação do pavimento seria desfavorável. Para ultrapassar a tendência para a derrapagem na metade exterior da curva e assim possibilitar a manutenção da velocidade, é necessário elevar o bordo exterior da estrada (o que assegura igualmente uma boa drenagem lateral) e para efectuar a transição pretendida, o plano do perfil transversal à estrada tem que rodar de uma forma gradual tendo como eixo de rotação o bordo interior da estrada (esta última rotação também pode ser efectuada em torno do eixo ou do bordo exterior da estrada), de tal forma que o perfil transversal em V invertido é convertido num perfil transversal em recta.

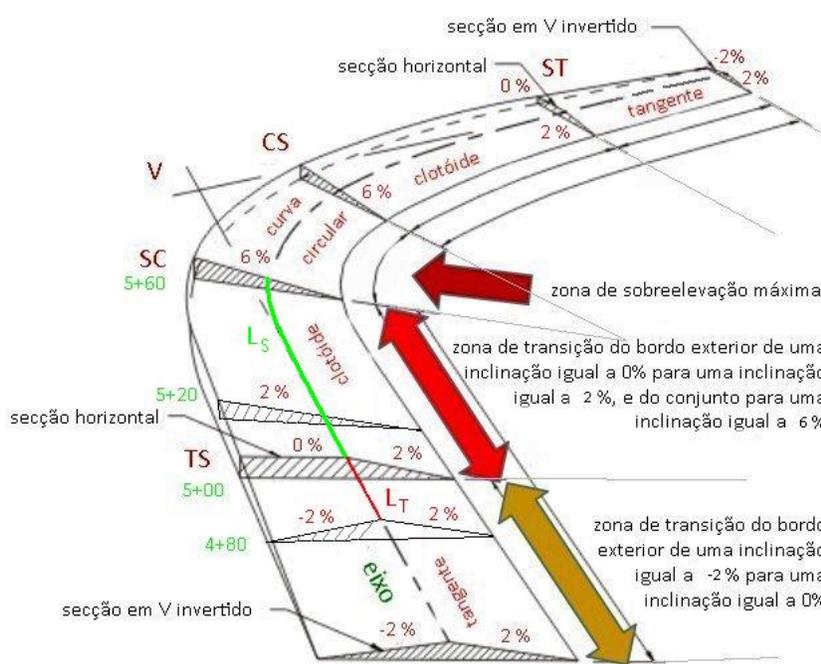


figura 1.57. Exemplo de introdução de sobrelevação numa curva com e=6%

A figura 1.58a. é um exemplo de um diagrama de transição de sobrelevação, mostrando a transição de um perfil normal em V invertido com 2% de inclinação na tangente para uma sobrelevação de 6% na curva circular; a figura 1.58b. é uma forma alternativa do mesmo diagrama, supondo que a largura das faixas de rodagem é igual a 3.6 m.

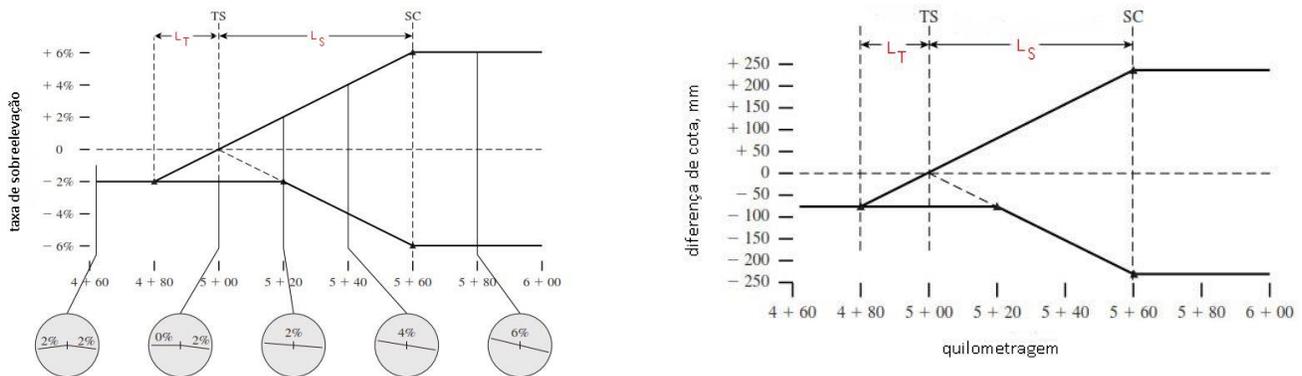


figura 1.58. Na tangente, ao longo da distância L_T , a inclinação da faixa exterior vai variar de -2% até 0% , no ponto TS; entre os pontos TS e SC (ao longo da clotóide, de comprimento L) a inclinação da plataforma vai variar de 0% até 6% , mantendo este valor ao longo da curva circular

O elemento fundamental da transição da sobrelevação (figura 1.59a.) é a inclinação longitudinal Δ_i do bordo exterior da faixa de rodagem, cujo valor mínimo (em percentagem) nas zonas de transição da sobrelevação em que $i_1 < 2.5\%$ é dado pela expressão $\Delta_{i \text{ min}} = 0.1 \times a$, em que a é a distância do eixo de rotação ao bordo da faixa de rodagem. No entanto, por razões ópticas e dinâmicas, é conveniente fixar um valor máximo para Δ_i , o qual depende da velocidade (tabela 1.16.).

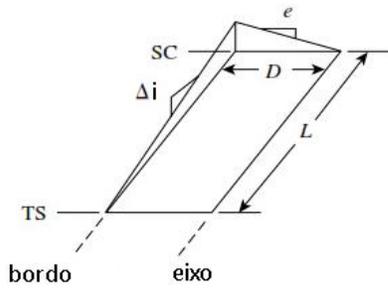


figura 1.59a. Inclinação longitudinal do bordo exterior

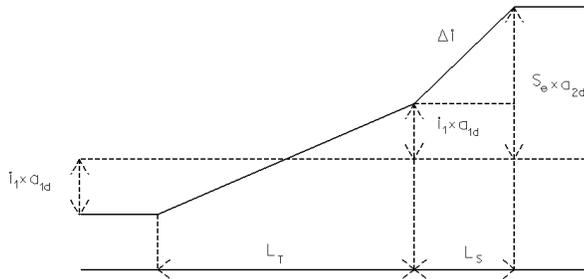


figura 1.59b.

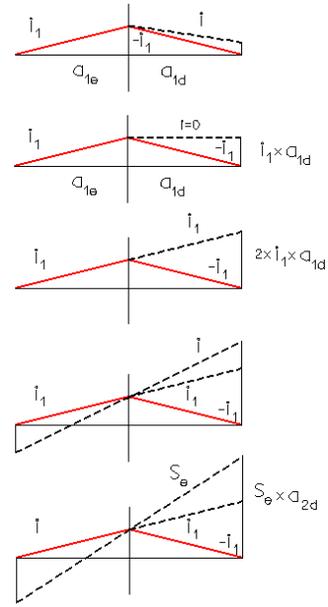


figura 1.59c. Evolução da inclinação transversal

Velocidade (km/h)	< 40	40 < V < 80	> 80
Δi max (%)	1.5	1.0	0.8

tabela 1.16. Inclinação longitudinal do bordo exterior da faixa de rodagem na transição da sobreelevação

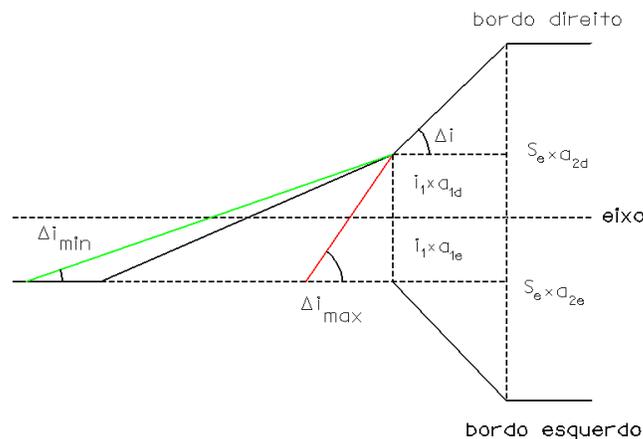


figura 1.60. Transição da sobreelevação segundo as normas de traçado: o cálculo da sobreelevação em qualquer ponto do

traçado pode obter-se através de uma proporção a partir da figura,
$$\Delta i = \frac{S_e \times a_{2d} - i_1 \times a_{1d}}{L_S}$$

No caso de não existir uma curva de transição entre a tangente e a curva circular (figura 1.61), tem-se:

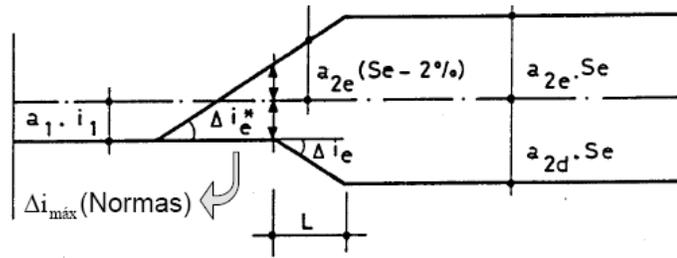
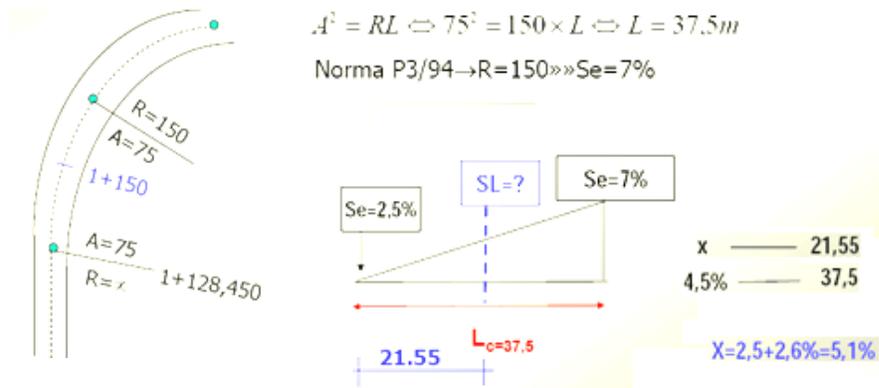
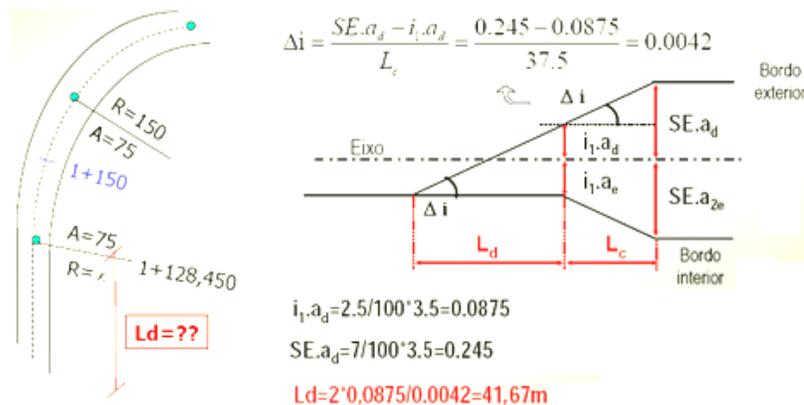


figura 1.61. Transição tangente-curva circular sem clotóide

Exemplo: determine o valor da sobrelevação associado ao perfil transversal 1+150, inserido numa curva de transição com parâmetro $A=75$, a que se segue uma curva circular de raio $R=150$ m, considerando a inclinação transversal de 2.5% e $v_B=40$ km/h.



Exemplo: no caso anterior, determine o comprimento do troço recto de que necessita para efectuar o disfarce da sobrelevação, admitindo uma faixa de rodagem com 7 m de largura.



A determinação do valor aconselhado para o parâmetro de uma clotóide obedece a diversos critérios tendo em vista o limite máximo para a taxa de variação da aceleração centrífuga, a variação da sobrelevação, a percepção estética e a comodidade óptica.

No que diz respeito ao limite máximo para a taxa de variação da aceleração centrífuga, um veículo circulando com velocidade constante ao longo da curva de transição, desde o alinhamento recto até à curva circular, está sujeito a uma força centrífuga que varia segundo uma relação também constante: fixados a velocidade e o raio da curva circular, a variação da força centrífuga é função da extensão da curva de transição. Quanto menor for essa extensão maior é a variação da força centrífuga e assim, sendo $a_c=0.5 \text{ m/s}^2$ a variação da aceleração centrífuga, o menor valor possível do parâmetro da clotóide

$$\text{calcula-se da expressão } A_1 = 0.1464 \sqrt{\frac{V_{\text{base}}^3}{a_c}} .$$

No que diz respeito à variação da sobrelevação, o desenvolvimento mínimo da sobrelevação é dado por $L_S = \frac{\ell S_e}{2\Delta i}$, onde ℓ é a largura da faixa de rodagem (m), S_e é a sobrelevação (%) e Δi é a inclinação longitudinal do bordo exterior da faixa de rodagem em relação ao eixo (%). Como ℓ , S_e e Δi são conhecidos ($\Delta i_{\text{min}}=0.1 \times \ell/2$, ℓ =largura da faixa de rodagem, Δi_{max} da tabela 1.16.; se não houver razões para usar outro critério, escolher $\Delta i=\Delta i_{\text{min}}$, caso contrário escolher Δi no intervalo entre Δi_{min} e Δi_{max}), para valores dados do raio e da velocidade calcula-se a extensão mínima L da curva de transição e daí o valor do parâmetro da clotóide, $A_2 = \sqrt{RL}$.

As curvas de transição com pequena extensão são esteticamente desagradáveis, pelo que se considera necessário que a sua extensão seja tal que seja percorrida pelo menos em 2 segundos, de tal forma que para valores do raio e velocidade

$$\text{dados, tem-se } A_3 = \sqrt{\frac{R V_{\text{base}}}{1.8}} .$$

Para se garantir uma boa percepção óptica entre a clotóide e a curva circular, o respectivo parâmetro deve satisfazer a relação $\frac{R}{3} \leq A_4 \leq R$.

O parâmetro A da clotóide mais conveniente será o correspondente ao valor mais elevado dos quatro anteriores. Para curvas de pequeno raio ($R<250 \text{ m}$) o critério da comodidade é o que condiciona o valor de A; para valores normais do raio ($250 \text{ m}<R<500 \text{ m}$), a condicionante é o desenvolvimento da sobrelevação; para raios grandes ($R>500 \text{ m}$) é determinante a percepção óptica. A extensão L das duas curvas de transição deve, sempre que possível, estar compreendida entre 1/2 e 2/3 do desenvolvimento total do alinhamento curvo. Na tabela 1.17. indica-se o valor mínimo do parâmetro da clotóide em função da velocidade base:

Velocidade base (km/h)	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	
Raio mínimo normal (m)	110	180	250	350	450	550	700	850	1000	1200	1400	
Extensão mínima das curvas (m)	30	40	50	65	90	115	150	190	250	320	400	
Parâmetro mínimo da clotóide	35	50	70	90	120	150	180	220	270	330	410	
Raio mínimo sem sobrelevação (m)	> 2500							> 5000				

tabela 1.17 Parâmetros fundamentais do traçado em planta

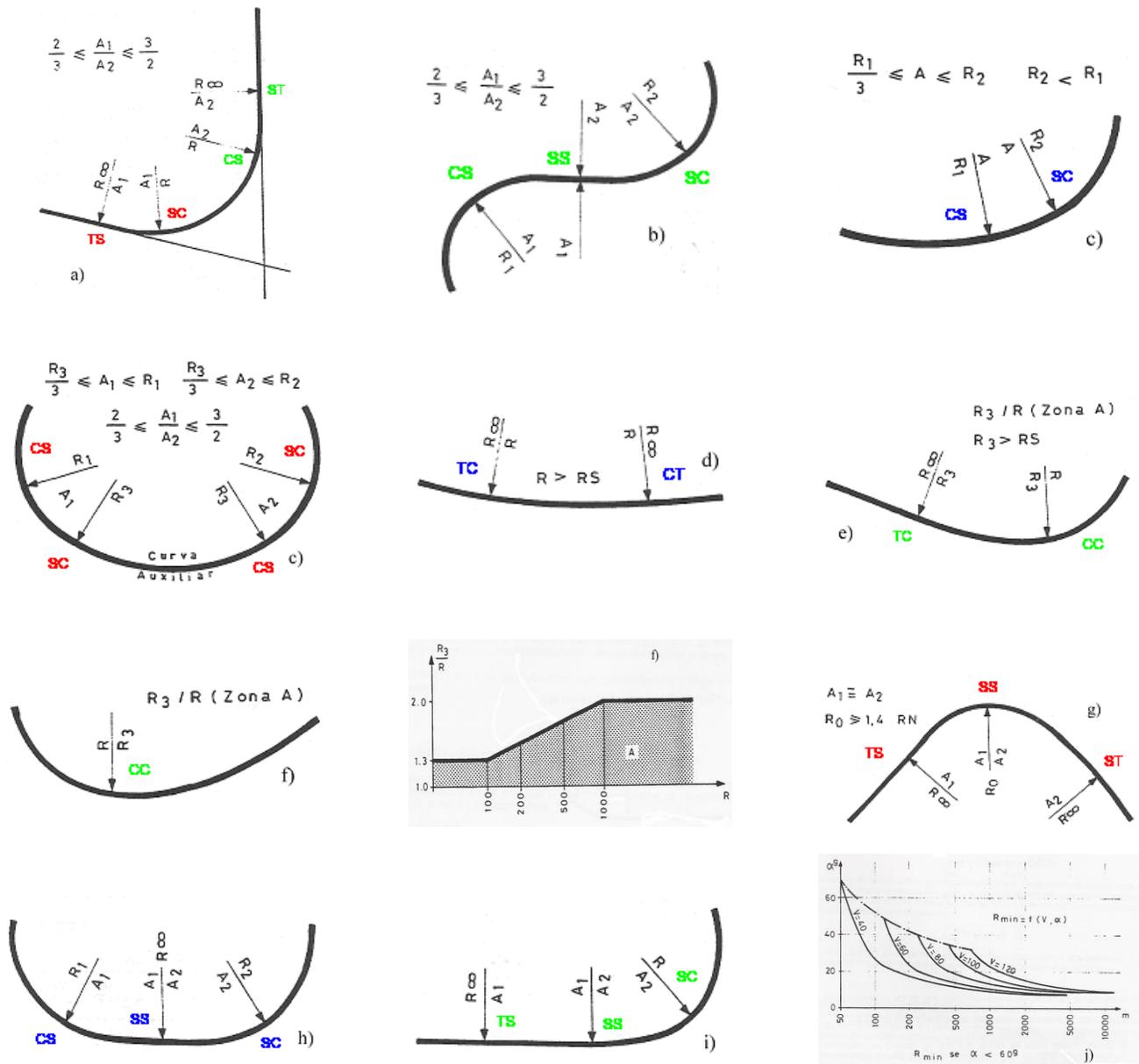


figura 1.62. Curvas de transição

Quanto à utilização de curvas de transição, há a considerar os seguintes casos:

a) casos normais:

a1) dois alinhamentos rectos e uma curva circular: não podendo ser iguais – situação ideal - os parâmetros das clotóides devem verificar $2/3 < A_1/A_2 < 3/2$ – clotóide assimétrica (figura 1.62a.).

a2) duas curvas circulares de sentido contrário (curva reversa): não podendo ser iguais – situação ideal - os parâmetros das clotóides devem verificar $2/3 < A_1/A_2 < 3/2$ (figura 1.62b.).

a3) duas curvas no mesmo sentido (curva composta); uma das curvas pode ser interior à outra ou podem ser secantes: o parâmetro da clotóide deve verificar $R_3/3 < A_1 < R_1$, $R_2 < R_1$, $R_3/3 < A_2 < R_2$, $2/3 < A_1/A_2 < 3/2$ ou $R_1/3 < A < R_2$, $R_2 < R_1$ (figura 1.62c.).

b) casos particulares

b1) dois alinhamentos e uma curva de grande raio sem curva de transição (figura 1.62d.).

b2) duas curvas circulares sem curva de transição (figura 1.62e.).

b3) substituição da curva de transição por um arco de circunferência (figura 1.62f.).

c) casos a evitar por motivos de segurança

c1) clotóide em vértice (figura 1.62g.).

c2) duas curvas de transição no mesmo sentido (figura 1.62h.).

c3) duas curvas de transição consecutivas (figura 1.62i.).

O grau D ou, de forma equivalente, o raio r de uma clotóide (pois $D=36000/2\pi r$) varia linearmente desde o valor zero, no ponto TS – ponto de transição entre a tangente e a clotóide – até ao valor D_a no ponto SC – ponto de transição entre a clotóide e o arco circular. Assim, sendo L_s o comprimento (extensão) do arco de clotóide (entre os pontos TS e SC), tem-se (figura 1.63.):

$$\frac{100}{L_s} = \frac{k}{D_a}$$

onde D_a é a variação do grau da clotóide entre os pontos TS e SC e k é a variação do grau da clotóide num troço de 100 m de extensão. Sendo p um ponto genérico sobre a clotóide, a uma distância l_s do ponto TS, ao qual corresponde uma variação do grau da clotóide igual a D_p , tem-se:

$$\frac{k}{100} = \frac{D_a}{L_s} = \frac{D_p}{l_s}$$

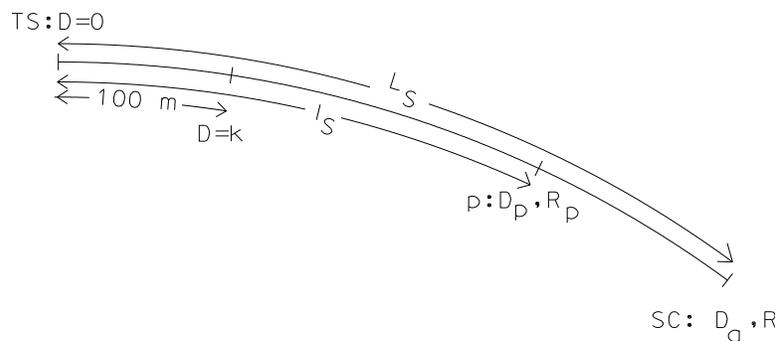


figura 1.63. Relação entre comprimentos e graus da curva numa clotóide

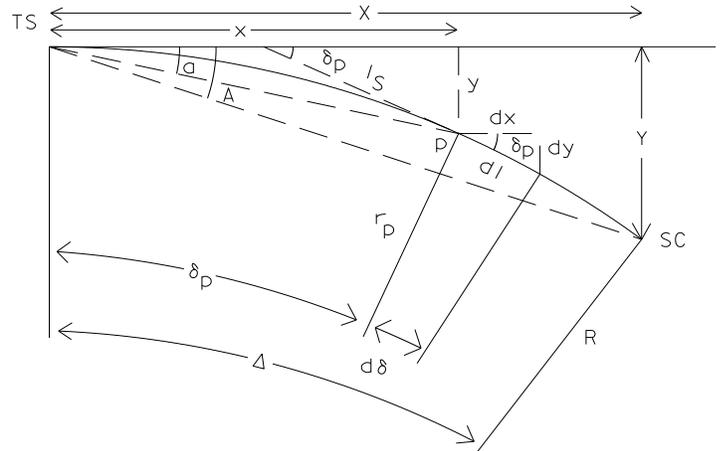
Daqui tem-se que, conhecidos L_S e D_a no ponto SC,

$$k = \frac{100D_a}{L_S}, D_p = \frac{k l_S}{100}, r_p = \frac{36000}{2\pi D_p} = \frac{3600000}{2\pi k l_S}.$$

De $R = \frac{36000}{2\pi D_a} = \frac{3600000}{2\pi k l_S}$ tem-se, dividindo as 2 últimas expressões:

$$\frac{r_p}{R} = \frac{L_S}{l_S} \Rightarrow r_p = \frac{RL_S}{l_S}, \text{ em que } RL_S = r_p l_S = \text{constante}.$$

figura 1.64. Geometria de um arco de clotoide



Da figura 1.64. tem-se $d\delta = \frac{dl}{r_p} = \frac{l_S dl}{RL_S}$, pois $r_p = \frac{RL_S}{l_S}$. Integrando esta expressão, tem-se $\delta_p = \frac{1}{RL_S} \int_0^{l_S} l_S dl = \frac{l_S^2}{2RL_S}$.

No ponto SC tem-se $\Delta = \frac{L_S^2}{2RL_S} = \frac{L_S}{2R}$. Dividindo as duas últimas expressões, $\frac{\delta_p}{\Delta} = \frac{\frac{l_S^2}{2RL_S}}{\frac{L_S}{2R}} = \frac{l_S^2}{L_S^2} \Rightarrow \delta_p = \frac{l_S^2}{L_S^2} \Delta$.

Da figura 1.64. tem-se também $\sin \delta_p = \frac{dy}{dl} \approx \delta_p \Rightarrow dy = \delta_p dl = \frac{l_S^2}{L_S^2} \Delta dl = \frac{l_S^2}{L_S^2} \frac{L_S}{2R} dl = \frac{l_S^2}{2RL_S} dl$. Integrando esta

expressão, tem-se $y = \frac{1}{2RL_S} \int_0^{l_S} l^2 dl = \frac{l_S^3}{6RL_S}$. Tem-se ainda da figura que $\sin a = \frac{y}{l_S} \approx a \Rightarrow a = \frac{l_S^3}{6RL_S} = \frac{l_S^2}{6RL_S}$. No ponto SC

tem-se $A = \frac{L_S^2}{6RL_S} = \frac{L_S}{6R} = \frac{L_S}{6} \frac{2\Delta}{L_S} = \frac{\Delta}{3}$. Dividindo as duas últimas expressões, tem-se

$\frac{a}{A} = \frac{\frac{l_S^2}{6RL_S}}{\frac{L_S}{6R}} = \frac{l_S^2}{L_S^2} \Rightarrow a = \frac{l_S^2}{L_S^2} A = \frac{\delta_p}{\Delta} \frac{\Delta}{3} = \frac{\delta_p}{3}$. Verifica-se portanto que os ângulos de deflexão a e A são (aproximadamente) iguais a 1/3 dos ângulos δ_p e Δ , respectivamente.

De $d\delta = \frac{dl}{k}$ e de $r = \frac{3600000}{2\pi kl}$, tem-se $d\delta = \frac{2\pi k}{3600000} dl$ onde, por integração, $\delta = \frac{360k}{3600000} \frac{l^2}{2} = \frac{k}{20000} l^2$, onde este

ângulo está expresso em radianos.

De

$$\begin{cases} dx = dl \cos \delta = dl(1 - \frac{\delta^2}{2!} + \frac{\delta^4}{4!} - \frac{\delta^6}{6!} + \dots) = dl(1 - \frac{k^2}{20000^2} \frac{l^4}{2!} + \frac{k^4}{20000^4} \frac{l^8}{4!} - \frac{k^6}{20000^6} \frac{l^{12}}{6!} + \dots) \\ dy = dl \sin \delta = dl(\delta - \frac{\delta^3}{3!} + \frac{\delta^5}{5!} - \frac{\delta^7}{7!} + \dots) = dl(\frac{k}{20000} l^2 - \frac{k^3}{20000^3} \frac{l^6}{3!} + \frac{k^5}{20000^5} \frac{l^{10}}{5!} - \frac{k^7}{20000^7} \frac{l^{14}}{7!} + \dots) \end{cases}$$

tem-se por integração

$$\begin{cases} x = l_S(1 - \frac{k^2}{20000^2} \frac{l^4}{5 \times 2!} + \frac{k^4}{20000^4} \frac{l^8}{9 \times 4!} - \frac{k^6}{20000^6} \frac{l^{12}}{13 \times 6!} + \dots) = l_S(1 - \frac{\delta^2}{5 \times 2!} + \frac{\delta^4}{9 \times 4!} - \frac{\delta^6}{13 \times 6!} + \dots) \\ y = l_S(\frac{k}{20000} \frac{l^2}{3} - \frac{k^3}{20000^3} \frac{l^6}{7 \times 3!} + \frac{k^5}{20000^5} \frac{l^{10}}{11 \times 5!} - \frac{k^7}{20000^7} \frac{l^{14}}{15 \times 7!} + \dots) = l_S(\frac{\delta}{3} - \frac{\delta^3}{7 \times 3!} + \frac{\delta^5}{11 \times 5!} - \frac{\delta^7}{15 \times 7!} + \dots) \end{cases}$$

Calculadas as coordenadas dos pontos definidores da clotoide, resta o problema da respectiva introdução no traçado de forma a que haja concordância entre os diversos elementos que o compõem. Para isso, há necessidade de efectuar um afastamento da curva circular em relação à tangente, podendo este afastamento p ser obtido de três formas diferentes (figura 1.65):

- reduzindo o raio R da curva circular para o valor R-p, mantendo-se o mesmo centro O da curva circular (método do centro conservado)
- mantendo a curva circular na posição original e afastando-se a tangente uma distância p da curva circular (método do raio e centro conservados)
- afastando o centro O da curva circular para a posição O', de forma que se consiga o afastamento p, conservando-se o raio R da curva circular (método do raio conservado)

O método do raio conservado é geralmente o mais utilizado pois apresenta as vantagens de não alterar o raio R pré-estabelecido da curva circular e de não alterar a posição das tangentes.

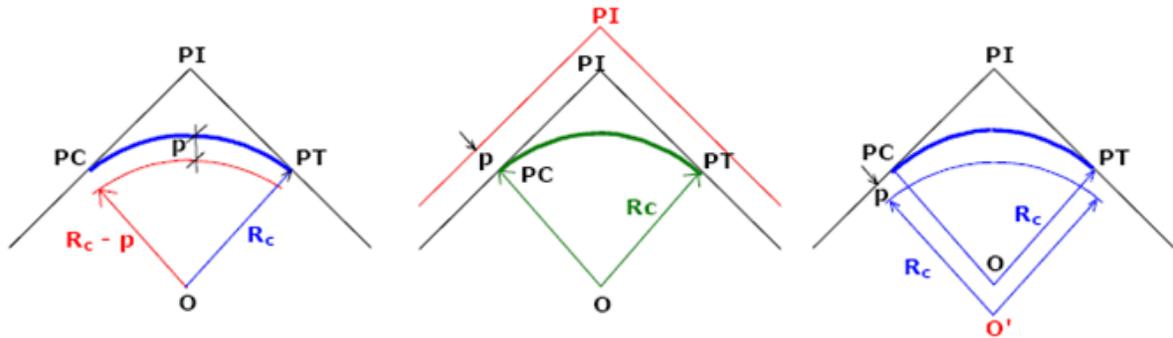


figura 1.65. Métodos de introdução da concordância no traçado: centro conservado, raio e centro conservados, raio conservado

Como se viu, para ser possível a introdução dos arcos de clotoide AC e C'B (figura 1.66.) como curvas de transição entre a tangente AV e a curva circular A'B' e entre esta mesma curva e a tangente VB, o arco circular original tem que sofrer uma translação ao longo da bissetriz do ângulo de dupla deflexão I, até à posição KCC'K', conservando-se desta forma a porção CC' deste arco. Para localizar o ponto SC a partir de TS ou o ponto CS a partir de ST, é necessário calcular as coordenadas (x,y) sobre a clotoide; da mesma forma, para localizar os pontos TS e ST em relação ao ponto V é necessário determinar a distância o=JK.

No ponto SC tem-se $\delta = \Delta$ e $l_s = L_s$; assim, dados Δ em radianos e L_s , obtêm-se os valores (X,Y) como

$$\begin{cases} X = L_s \left(1 - \frac{\Delta^2}{5 \times 2!} + \frac{\Delta^4}{9 \times 4!} - \frac{\Delta^6}{13 \times 6!} + \dots \right) \\ Y = L_s \left(\frac{\Delta}{3} - \frac{\Delta^3}{7 \times 3!} + \frac{\Delta^5}{11 \times 5!} - \frac{\Delta^7}{15 \times 7!} + \dots \right) \end{cases}$$

que determinam a posição do ponto SC; conhecido Y tem-se

$$o = Y - KK' = Y - R(1 - \cos \Delta)$$

$$EV = EG + GV = R \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{I}{2}\right)} - 1 \right) + \frac{o}{\cos\left(\frac{I}{2}\right)}$$

$$AJ = X - R \sin \Delta = X_0 \text{ (abscissa relativamente a TS do centro O do arco circular após sofrer a translação)}$$

$$KG = R \tan\left(\frac{I}{2}\right)$$

$$FV = o \tan\left(\frac{I}{2}\right)$$

$$T_s = X - R \sin \Delta + (R + o) \tan\left(\frac{I}{2}\right) = X_0 + (R + o) \tan\left(\frac{I}{2}\right)$$

(para cada arco de circunferência são necessárias duas curvas de transição, uma antes do arco e outra após o arco).

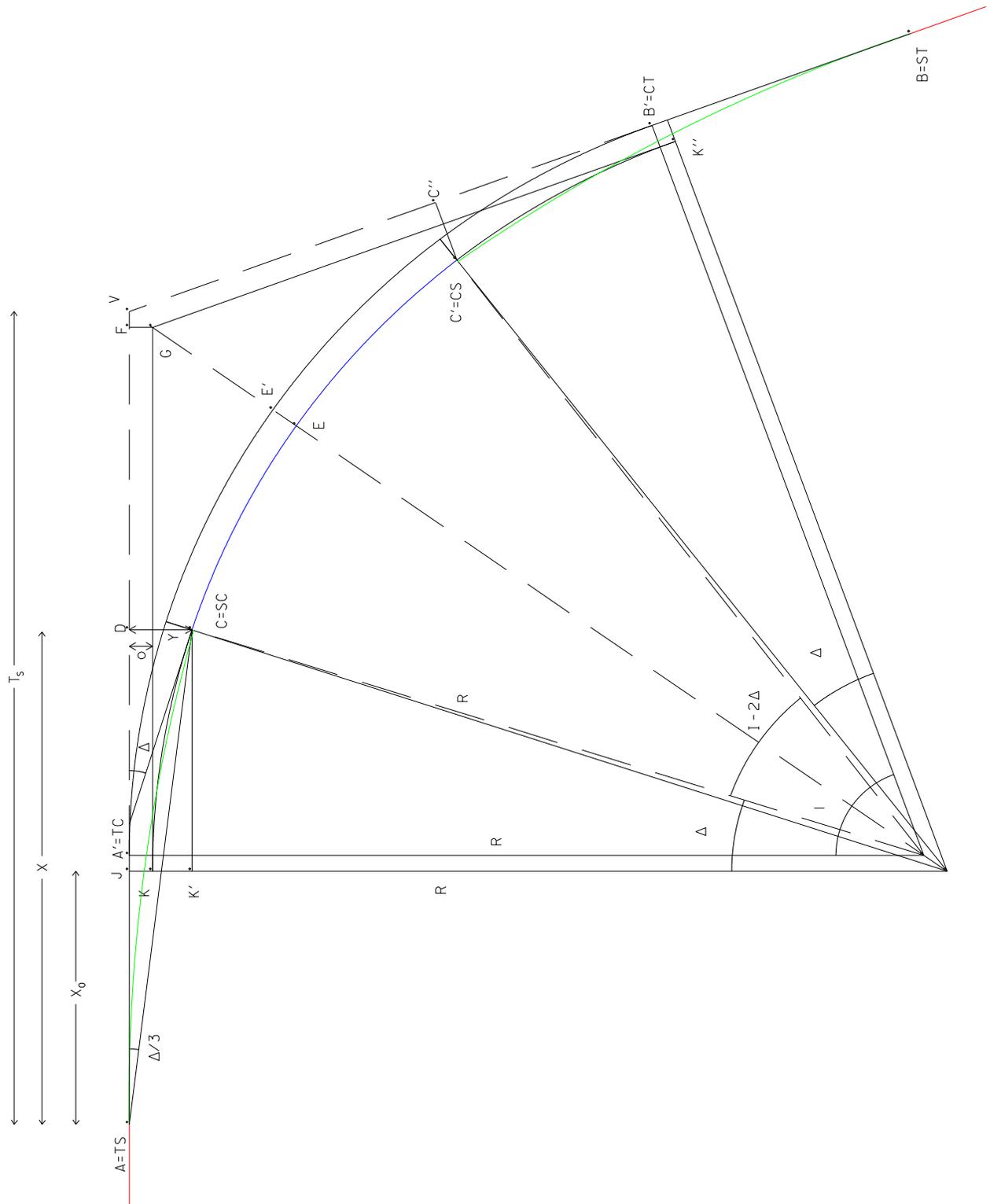


figura 1.66. Introdução de uma clotóide (encarnado: tangente, verde: clotóide, azul: arco circular)

Resumindo, dados $V=PI$, I , D_a , os parâmetros necessários para a piquetagem da clotóide são obtidos da forma seguinte:

1. seleccionar L_s
2. calcular $\Delta = \frac{L_s D_a}{200}$ (em graus) $= \frac{L_s}{200} \frac{36000}{2\pi R} = \frac{L_s}{2R} \frac{36000}{2\pi} = \frac{L_s}{2R} \frac{180}{\pi}$ (em radianos)
3. calcular $I - 2\Delta$, $R = \frac{36000}{2\pi D_a}$, $L_a = 100 \frac{I - 2\Delta}{D_a}$ (comprimento final do arco circular original)
4. calcular $X = L_s \left(1 - \frac{\Delta^2}{10} + \frac{\Delta^4}{216} - \frac{\Delta^6}{9360}\right)$, $Y = L_s \left(\frac{\Delta}{3} - \frac{\Delta^3}{42} + \frac{\Delta^5}{1320} - \frac{\Delta^7}{75600}\right)$
5. calcular $o = JK = Y - KK' = Y - R(1 - \cos\Delta)$
6. calcular $EV = EG + GV = R \left(\frac{1}{\cos(\frac{I}{2})} - 1\right) + \frac{o}{\cos(\frac{I}{2})}$, calcular $EE' = \frac{o}{\cos(\frac{I}{2})}$ (ripagem)
7. calcular $T_s = X - R \sin \Delta + R \tan\left(\frac{I}{2}\right) + o \tan\left(\frac{I}{2}\right)$
8. calcular $TS = V - T_s$, $SC = TS + L_s$, $CS = SC + L_a$, $ST = CS + L_s$
9. calcular $\delta = \Delta \frac{l_s^2}{L_s^2}$, com $l_s =$ distância de TS à estaca múltipla de 25 m
10. calcular $x = l_s \left(1 - \frac{\delta^2}{10} + \frac{\delta^4}{216} - \frac{\delta^6}{9360}\right)$, $y = l_s \left(\frac{\delta}{3} - \frac{\delta^3}{42} + \frac{\delta^5}{1320} - \frac{\delta^7}{75600}\right)$
11. calcular $A = \frac{\Delta}{3}$
12. calcular $a = \frac{l_s^2}{L_s^2} A$
13. calcular $c = \sqrt{x^2 + y^2}$
14. estacionar em V, orientar o aparelho a zero segundo a tangente para trás e determinar os pontos TS, à distância T_s de V e D, à distância $T_s - X$
15. orientar o aparelho segundo a tangente para a frente, introduzindo o ângulo I e determinar os pontos ST, à distância T_s de V e C'', à distância $T_s - X$
16. estacionar nos pontos D e C'' e determinar os pontos SC e CS à distância Y, perpendicularmente às tangentes
17. estacionar em TS, orientar a zero para V e piquetar os pontos da clotóide com os valores (a,c)
18. estacionar em SC, orientar para TS, introduzir o ângulo $180^\circ \pm 2A$, girar 180° , definindo a tangente à curva circular em SC e piquetar a curva circular
19. estacionar em ST e piquetar a clotóide

Como já foi dito anteriormente, a determinação do valor mínimo $L_{S \min}$ do comprimento de transição é definida de forma a que a aceleração centrífuga a que actua sobre um veículo que percorra a transição com uma velocidade V constante não ultrapasse valores confortáveis (não deve ultrapassar 0.5 m/s^3). Tem-se portanto, para um veículo que percorra a curva de transição com velocidade constante num intervalo de tempo t_s , a variação da aceleração centrífuga será:

$$J = \frac{a_c}{t_s} = \frac{\frac{V^2}{R}}{\frac{L_S}{V}} = \frac{V^3}{L_S R} \quad \text{ou} \quad L_{S \min} = 0.036 \frac{V^3}{R}$$

onde R é o raio da curva circular em metros, V é a velocidade em km/h e $L_{S \min}$ é o desenvolvimento da clotóide em m.

Quanto ao valor máximo $L_{S \max}$ do desenvolvimento de uma clotóide, este corresponde à situação em que o arco circular original desaparece, (obtendo-se duas clotóides a ligar as duas tangentes), isto é

$$I - 2\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{I}{2}$$

$$\text{de } \Delta = \frac{L_{S \max} D_a}{200} \text{ tem-se } L_{S \max} = \frac{200\Delta}{D_a} = 2R\Delta.$$

A escolha de um desenvolvimento muito grande gera um valor grande do afastamento da curva circular, recomendando-se a utilização de $L_S = 2L_{S \min}$.

Para além do caso das clotóides simples (segmentos de clotóide que numa extremidade têm raio infinito – ponto de transição com as tangentes – e que na outra extremidade têm raio igual ao do arco circular – ponto de transição com o arco circular), onde é possível distinguir a forma simétrica, na qual o par de clotóides consiste em curvas iguais com parâmetros iguais e a forma assimétrica onde surgem curvas diferentes com parâmetros diferentes e do caso da situação limite do caso anterior onde o arco circular desaparece, estabelecendo as clotóides a transição entre as duas tangentes (figuras 1.67., 1.68., 1.69. e 1.70.), podem ainda considerar-se os casos seguintes:

- as clotóides formam uma curva em S que liga dois arcos circulares deflectidos para lados contrários, com ou sem recta intermédia (curva reversa), de tal forma que na origem possuem raio infinito, ou seja, uma tangente comum.
- a clotóide oval é uma sequência arco circular – clotóide – arco circular, que estabelece a ligação entre arcos circulares deflectidos para o mesmo lado – curva composta; nos pontos de contacto com os arcos circulares, a clotóide tem tangentes comuns e raios iguais.
- a clotóide de cesto é uma sequência clotóide – clotóide, deflectidas para o mesmo lado, com parâmetros diferentes, as quais, nos pontos de contacto apresentam raios iguais e tangentes comuns.

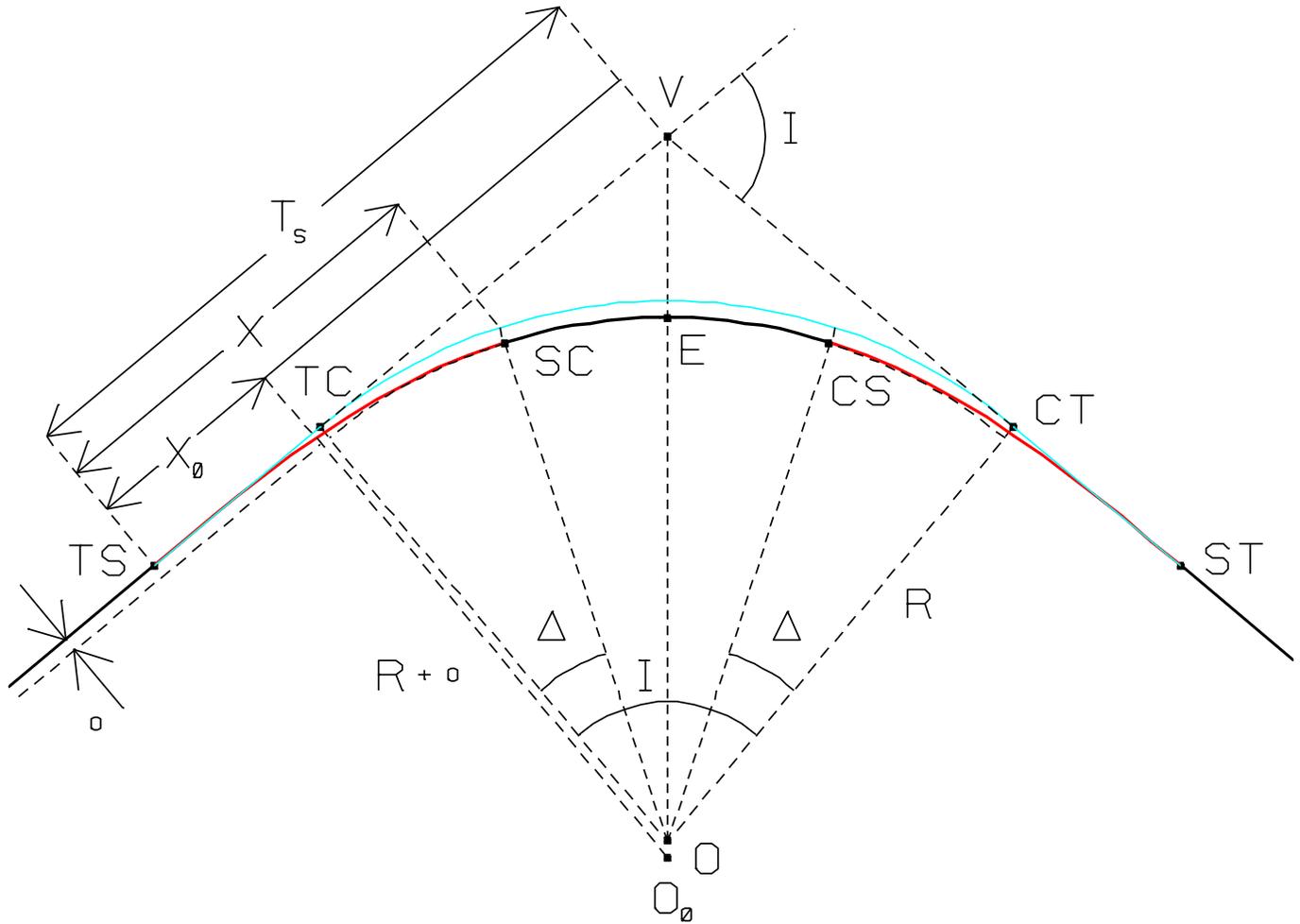


figura 1.67. Sucessão tangente-clotóide-arco circular-clotóide-tangente, caso simétrico

$$R = 40.0 \text{ m}, A = 35.0 \text{ m} \Rightarrow L_s = A^2 / R = 30.625 \text{ m}$$

$$I = 80^\circ \Rightarrow L_{C \text{ original}} = RI\pi/180 = 55.851 \text{ m}$$

$$\Delta = L_s D_a / 200 = L_s / (2R) = 12^\circ.933540$$

$$I - 2\Delta = 36^\circ.132919 \Rightarrow L_{C \text{ final}} = R(I - 2\Delta)\pi/180 = 25.226 \text{ m}$$

$$X = L_s (1 - \Delta^2 / 10 + \Delta^4 / 216 - \Delta^6 / 9360) = 30.179 \text{ m}$$

$$Y = L_s (\Delta / 3 - \Delta^3 / 42 + \Delta^5 / 1320 - \Delta^7 / 75600) = 3.867 \text{ m}$$

$$o = Y - R(1 - \cos\Delta) = 0.972 \text{ m}$$

$$EV = R(1/\cos(I/2) - 1) + o/\cos(I/2) = 13.485 \text{ m}$$

$$X_0 = X - R\sin\Delta = 15.238 \text{ m}$$

$$Y_0 = R + o = 40.972 \text{ m}$$

$$T_s = X_0 + (R + o)\tan(I/2) = 49.617 \text{ m}$$

(neste caso, as duas tangentes permanecem na posição original e o arco circular sofre uma translação ao longo de OV por E).

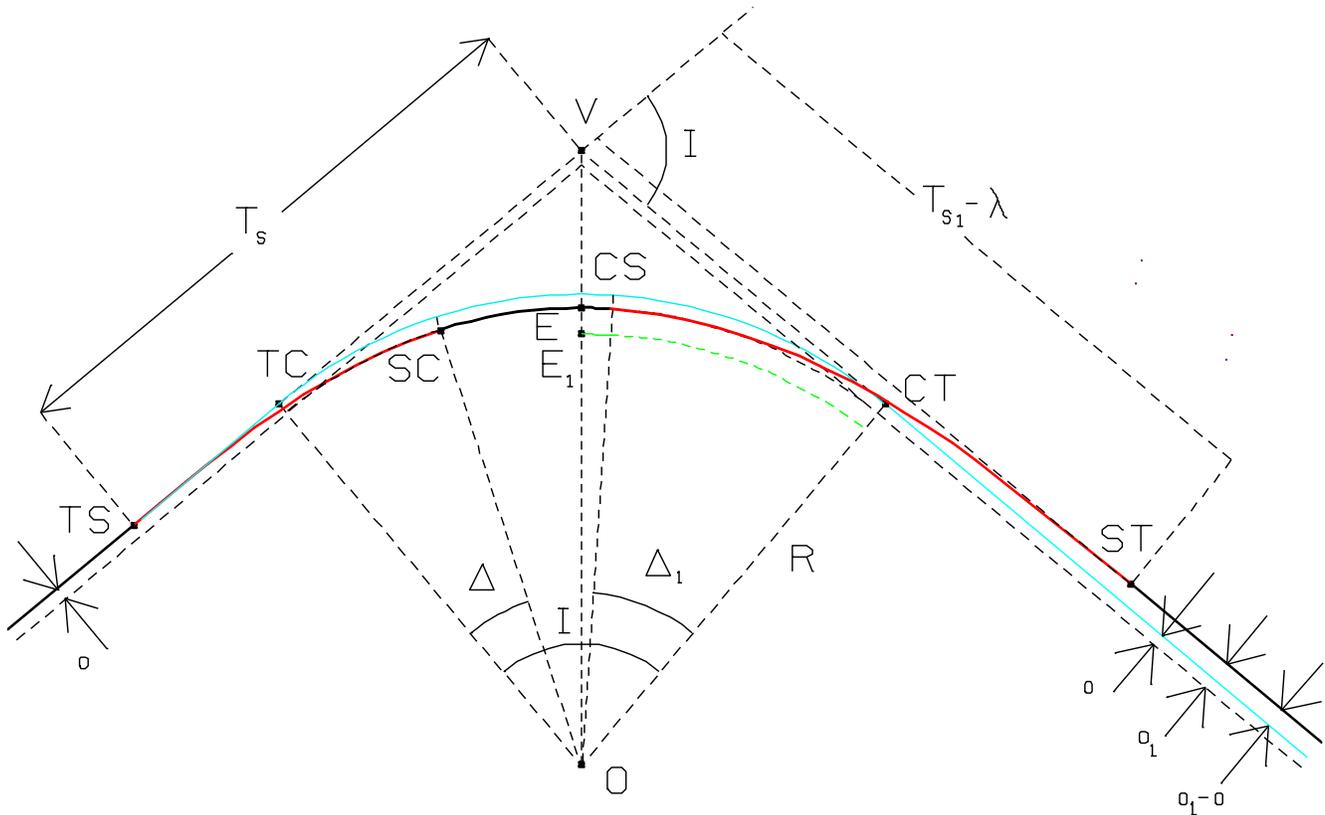


figura 1.68. Sucessão tangente-clotóide-arco circular-clotóide-tangente, caso assimétrico

$$R = 40.0 \text{ m}, A = 35.0 \text{ m} \Rightarrow L_s = A^2 / R = 30.625 \text{ m}$$

$$I = 80^\circ \Rightarrow L_{C \text{ original}} = RI\pi/180 = 55.851 \text{ m}$$

$$\Delta = L_s D_a/200 = L_s/(2R) = 12^\circ.933540$$

$$I - \Delta = 67.06646 \Rightarrow L_{C \text{ final}} = R(I - \Delta)\pi/180 = 46.821 \text{ m}$$

$$X = L_s (1 - \Delta^2/10 + \Delta^4/216 - \Delta^6/9360) = 30.179 \text{ m}$$

$$Y = L_s (\Delta/3 - \Delta^3/42 + \Delta^5/1320 - \Delta^7/75600) = 3.867 \text{ m}$$

$$o = Y - R(1 - \cos\Delta) = 0.972 \text{ m}$$

$$EV = R(1/\cos(I/2) - 1) + o/\cos(I/2) = 13.485 \text{ m}$$

$$T_s = X_0 + (R + o)\tan(I/2) = 49.617 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{o_1 - o}{\sin I} = 1.634 \text{ m}$$

$$R = 40.0 \text{ m}, A_1 = 45.0 \text{ m} \Rightarrow L_{s1} = A_1^2 / R = 50.625 \text{ m}$$

$$I = 80^\circ \Rightarrow L_{C \text{ original}} = RI\pi/180 = 55.851 \text{ m}$$

$$\Delta_1 = L_{s1} D_a/200 = L_{s1}/(2R) = 36^\circ.257485$$

$$I - \Delta_1 = 43^\circ.742515 \Rightarrow L_{C1 \text{ final}} = R(I - \Delta_1)\pi/180 = 30.538 \text{ m}$$

$$X_1 = L_{s1} (1 - \Delta_1^2/10 + \Delta_1^4/216 - \Delta_1^6/9360) = 48.635 \text{ m}$$

$$Y_1 = L_{s1} (\Delta_1/3 - \Delta_1^3/42 + \Delta_1^5/1320 - \Delta_1^7/75600) = 10.377 \text{ m}$$

$$o_1 = Y_1 - R(1 - \cos\Delta_1) = 2.632 \text{ m}$$

$$E_1V = R(1/\cos(I/2) - 1) + o_1/\cos(I/2) = 15.652 \text{ m}$$

$$T_{s1} = X_{01} + (R + o_1)\tan(I/2) = 60.751 \text{ m}$$

(neste caso, a tangente anterior permanece na posição original, uma parte do arco circular sofre uma translação ao longo de OV por E, a outra parte do arco circular sofre uma translação ao longo de OV primeiro para E₁ e em seguida para E, a tangente posterior sofre uma translação paralelamente a ela própria de o₁; a origem da segunda clotóide encontra-se à distância T_{s1}-λ de V).

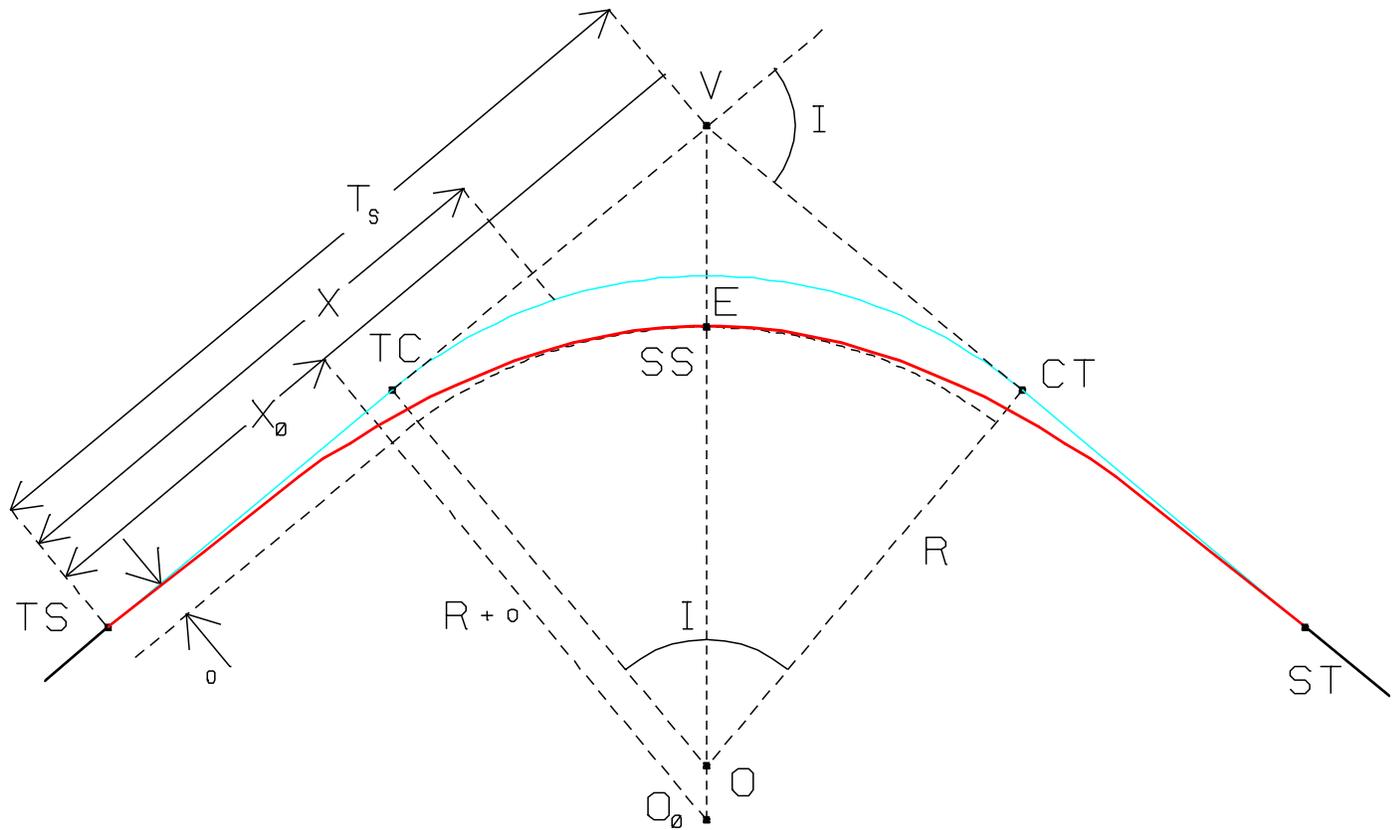


figura 1.69. Sucessão tangente-clotóide -clotóide-tangente, caso simétrico

$$R = 40.0 \text{ m}, I=80^\circ$$

$$I-2\Delta=0 \Rightarrow \Delta=I/2=40^\circ \Rightarrow L_s=2 R \Delta = 55.850 \text{ m}$$

$$X = L_s (1 - \Delta^2 / 10 + \Delta^4 / 216 - \Delta^6 / 9360) = 53.189 \text{ m}$$

$$Y = L_s (\Delta / 3 - \Delta^3 / 42 + \Delta^5 / 1320 - \Delta^7 / 75600) = 12.551 \text{ m}$$

$$o = Y - R(1 - \cos\Delta) = 3.193 \text{ m}$$

$$EV = R(1/\cos(I/2) - 1) + o/\cos(I/2) = 16.385 \text{ m}$$

$$X_0 = X - R\sin\Delta = 27.477 \text{ m}$$

$$Y_0 = R + o = 43.193 \text{ m}$$

$$T_s = X_0 + (R+o)\tan(I/2) = 63.721 \text{ m}$$

(neste caso, as duas tangentes permanecem na posição original e o arco circular sofre uma translação ao longo de OV por E).

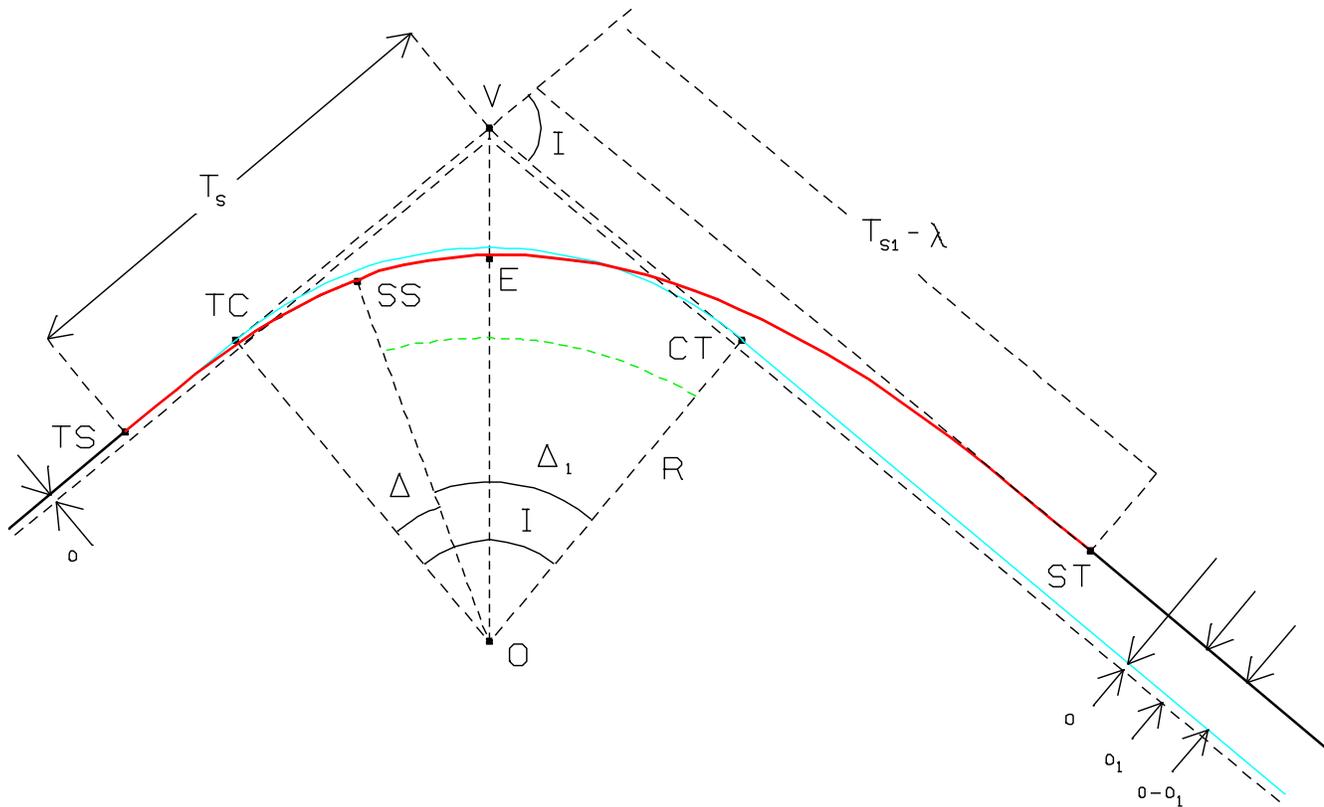


figura 1.70. Sucessão tangente-clotóide -clotóide-tangente, caso assimétrico

$$R = 40.0 \text{ m}, I=80^\circ$$

$$I - \Delta - \Delta_1 = 0 \Rightarrow \Delta_1 = I - \Delta ; \text{ se } \Delta = 20^\circ, \Delta_1 = 60^\circ$$

$$L_S = 2 R \Delta = 27.925 \text{ m}, L_{S1} = 2 R \Delta_1 = 83.776 \text{ m},$$

$$X = L_S (1 - \Delta^2 / 10 + \Delta^4 / 216 - \Delta^6 / 9360) = 27.587 \text{ m}$$

$$Y = L_S (\Delta / 3 - \Delta^3 / 42 + \Delta^5 / 1320 - \Delta^7 / 75600) = 3.221 \text{ m}$$

$$o = Y - R(1 - \cos \Delta) = 0.809 \text{ m}$$

$$EV = R(1 / \cos(I/2) - 1) + o / \cos(I/2) = 13.272 \text{ m}$$

$$T_S = X_0 + (R + o) \tan(I/2) = 48.149 \text{ m}$$

$$X_1 = L_{S1} (1 - \Delta_1^2 / 10 + \Delta_1^4 / 216 - \Delta_1^6 / 9360) = 75.044 \text{ m}$$

$$Y_1 = L_{S1} (\Delta_1 / 3 - \Delta_1^3 / 42 + \Delta_1^5 / 1320 - \Delta_1^7 / 75600) = 27.031 \text{ m}$$

$$o_1 = Y_1 - R(1 - \cos \Delta_1) = 7.031 \text{ m}$$

$$E_1V = R(1 / \cos(I/2) - 1) + o_1 / \cos(I/2) = 21.395 \text{ m}$$

$$T_{S1} = X_{01} + (R + o) \tan(I/2) = 79.866 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{o_1 - o}{\sin I} = 6.127 \text{ m}$$

A sobrelargura deve ser introduzida do lado do intradorso (figura 1.71.) da curva, mantendo a directriz do projecto, sendo distribuída igualmente pelas vias de tráfego; o respectivo disfarce é efectuado ao longo da curva de transição de forma linear.

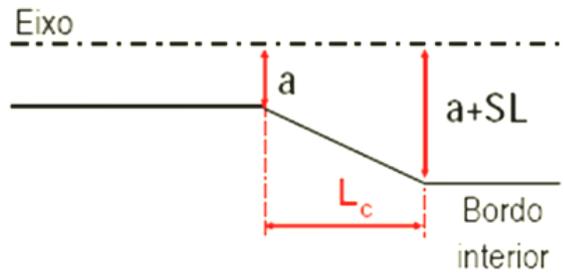
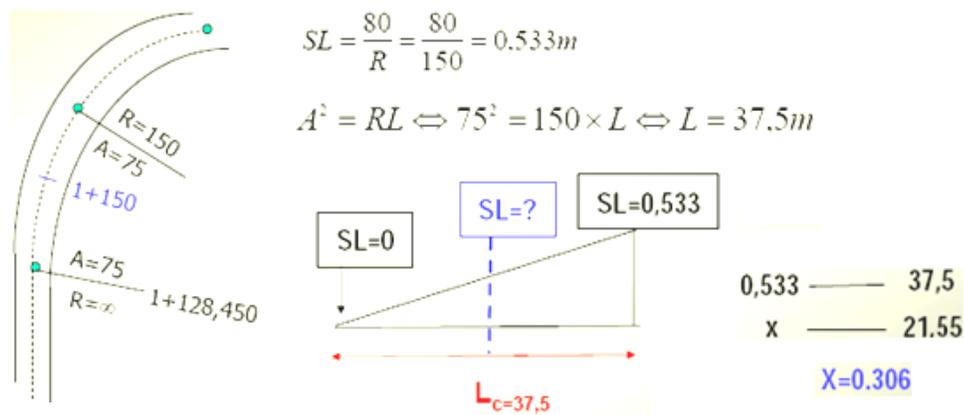


figura 1.71. Introdução da sobrelargura

Exemplo: determine o valor da sobreelevação associado ao perfil transversal 1+150, inserido numa curva de transição com parâmetro A=75, a que se segue uma curva circular de raio R=150 m.



1.2.8. Intersecções

A obtenção de uma solução adequada para a intersecção de vias de comunicação rodoviárias depende da função de cada uma das estradas conectadas, das secções transversais dessas estradas (dois sentidos ou sentido único, uma ou duas faixas), da forma geométrica da intersecção (acesso ou cruzamento, desnivelado ou não), da adopção ou não de um sistema de semáforos e da velocidade de projecto adoptada.

1.2.8.1. Intersecções de nível único

	Acesso	Cruzamento
Intersecção de duas estradas com uma faixa em cada sentido		
Intersecção de uma estrada com uma única faixa em cada sentido com uma estrada (prioritária) com duas faixas em cada sentido.		
Intersecção de duas estradas de duas faixas		
Cruzamento no qual a estrada secundárias emboca na estrada principal a uma distância relativamente pequena.		
Rotundas		

tabela 1.18. Intersecções de nível único

1.2.8.2. Intersecções de vários níveis

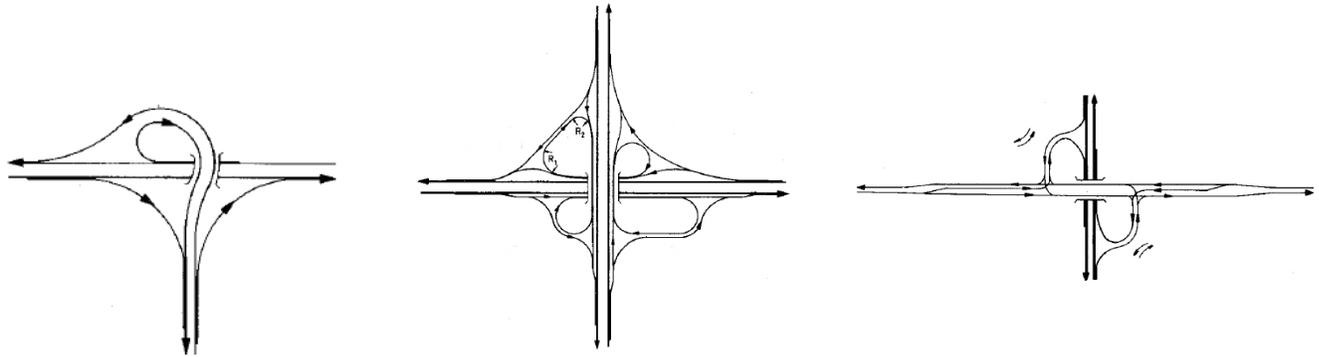


tabela 1.19. Três possibilidades para ramos de interligações em intersecções de duas estradas

1.2.8.3. Rotundas

As rotundas na malha urbana podem constituir uma forma adequada de intersecção entre vias de comunicação rodoviária, de forma a que o tráfego tenha um desenvolvimento seguro e sem grandes tempos de espera. Em estradas fora de áreas urbanizadas, porém, as rotundas não são substitutos ideais para cruzamentos ou acessos entre vias de comunicação.

A substituição de um cruzamento ou acesso por uma rotunda pode ser considerado nos seguintes casos:

- Para o aumento da segurança do tráfego em locais onde repetidamente ocorram acidentes que possam ser atribuídos a condições insuficientes de visibilidade
- Para a diminuição do tempo de espera em cruzamentos ou acessos ou para evitar custos de implantação e operacionais de um semáforo
- Como alternativa de menor ocupação de espaço e de maior economia relativamente a intersecções em níveis diferentes
- Por motivos de segurança, como forma mais vantajosa em intersecções em que a via mais importante tem uma quebra geométrica acentuada
- Para um desenvolvimento equilibrado do tráfego em intersecções com mais de quatro vias

Ao contrário de rotundas dentro de áreas urbanizadas, onde as edificações devem ser consideradas na respectiva configuração, fora dessas áreas a prioridade deve ser a segurança. As afirmações seguintes limitam-se a rotundas pequenas, identificadas por um diâmetro externo da ordem dos 40.0 m, nunca ultrapassando os 45.0 m (diâmetros maiores conduzem a velocidades maiores no interior da rotunda), com uma faixa de trânsito e entradas e saídas também com uma faixa (figura 1.72a.), onde os veículos que entram na rotunda são obrigados a ceder a prioridade.

Por motivos de segurança do tráfego, a rotunda deve ser configurada de forma circular. Quando as vias se intersectam segundo um ângulo diferente de 90°, a rotunda deve ser configurada de tal forma que a sequência de curvas para o arredondamento dos cantos entre a entrada na rotunda e a saída seguinte se iniciem na borda externa da faixa de rodagem (figura 1.66b.). Na figura 1.66c. apresenta-se a configuração de uma rotunda numa intersecção de três estradas em forma de T.

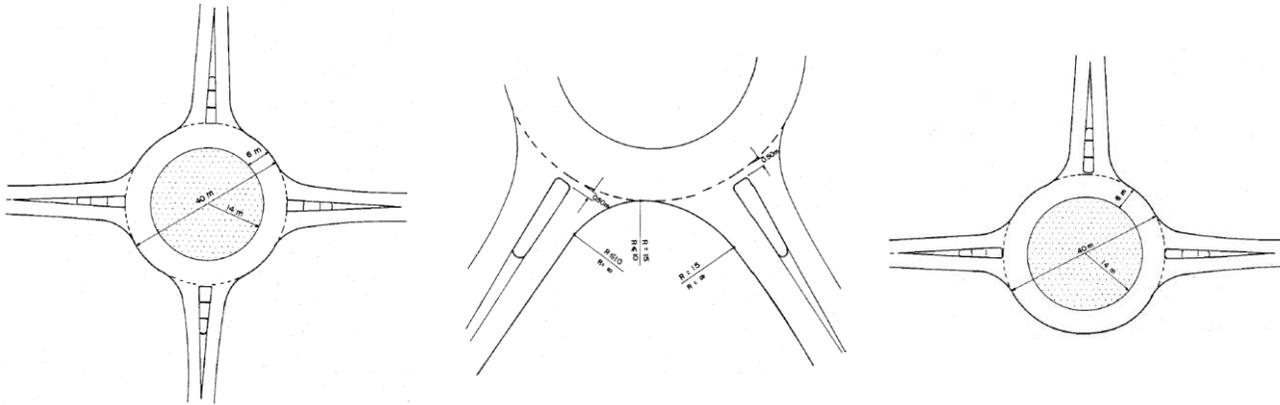


figura 1.72. Configuração de uma rotunda

As entradas e saídas das intersecções do tipo rotunda devem ser direccionadas, sempre que possível, na perpendicular, isto é, segundo a direcção radial relativamente ao centro da rotunda; para isso, o centro da rotunda deve coincidir com a intersecção dos eixos das estradas que se cruzam. Para garantir uma drenagem perfeita, a faixa da rotunda deve ter uma inclinação transversal de 2.5% no sentido do exterior da curva.

1.3. Traçado em perfil longitudinal

A rasante é a linha definida pela intersecção do eixo da estrada com a superfície do pavimento e representa-se planificada (não projectada) num plano vertical. Para relacionar a estrada com o terreno, a rasante é sempre associada ao perfil longitudinal do terreno (intersecção do eixo da estrada com a superfície do terreno natural).

O perfil longitudinal é constituído por traneis (alinhamentos rectos, caracterizados pela respectiva inclinação) e curvas de concordância verticais (normalmente arcos de parábola). A definição do perfil longitudinal deve ter em consideração a topografia, o traçado em planta, a distância de visibilidade, a segurança, os custos de construção, a drenagem e a integração no meio ambiente.

Deve-se procurar cingir a estrada ao terreno, evitando túneis e viadutos, de modo a diminuir o custo da construção. Em terreno plano, o perfil longitudinal é normalmente controlado por exigências de drenagem. Em terreno ondulado, é aconselhável que o perfil longitudinal também o seja, o que aliás tem muitas vezes vantagens económicas. No entanto, deve ter-se em consideração o aspecto estético do traçado. A inclinação máxima dos traneis está indicada na tabela 1.19.:

Velocidade base (km/h)	Inclinação máxima desejável (%)
40	8
60	7
80	6
100	5
120	4
140	3

tabela 1.20. Inclinação máxima dos traneis

Pelo contrário, devem-se igualmente evitar traneis com inclinação muito pequena, sobretudo quando coincidem com uma sobrelevação também diminuta. Assim, a inclinação mínima dos traneis deverá ser 0.5% de forma a assegurar uma drenagem satisfatória das águas superficiais. A inclinação máxima permitida só por si não assegura a segurança do tráfego nos traneis; com efeito, é necessário considerar também a respectiva extensão, como se pode verificar na tabela 1.21.:

Inclinação do tranel	3%	4%	5%	6%	7%	8%
Extensão crítica (m)	420	300	230	180	150	120

tabela 1.21. Extensões críticas dos traneis

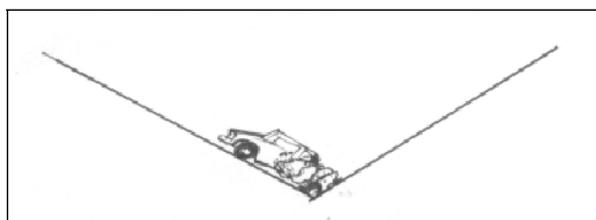


figura 1.73. Necessidade de introdução de curvas de transição verticais

Para tornar o perfil longitudinal da via de comunicação mais perceptível (figura 1.74.), este é normalmente sobrelevado 10 vezes em relação ao eixo horizontal (um perfil longitudinal mostra normalmente o perfil topográfico existente, assim como o perfil proposto para o eixo).

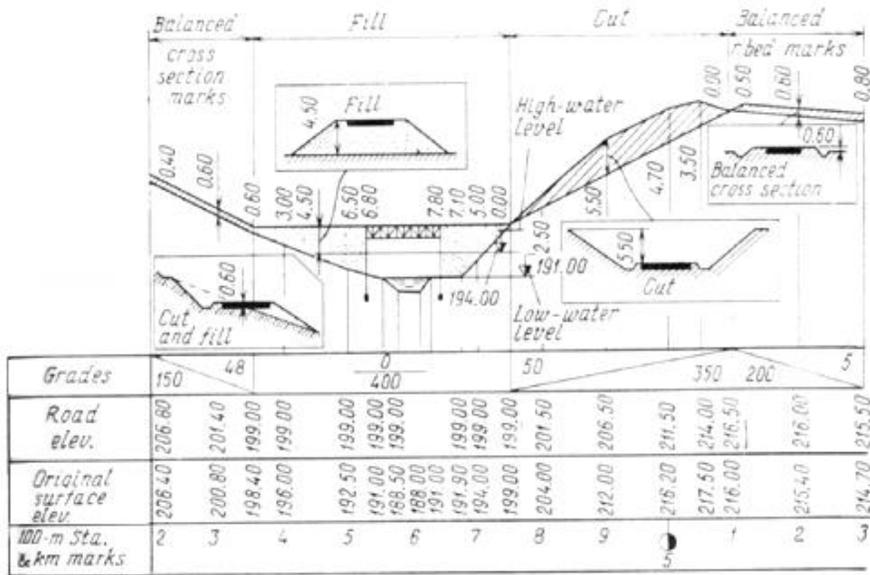


figura 1.74. Perfil longitudinal de uma estrada

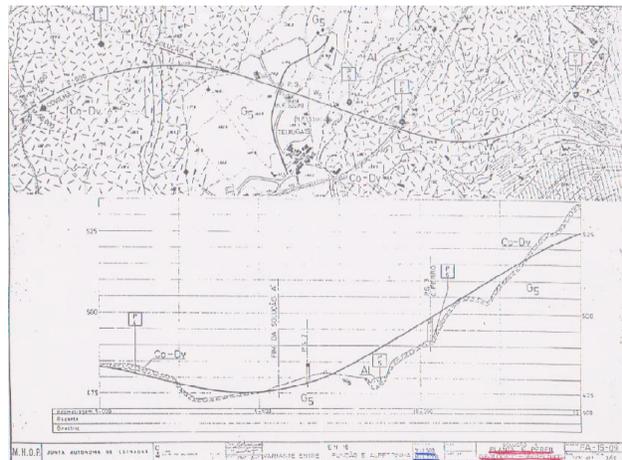
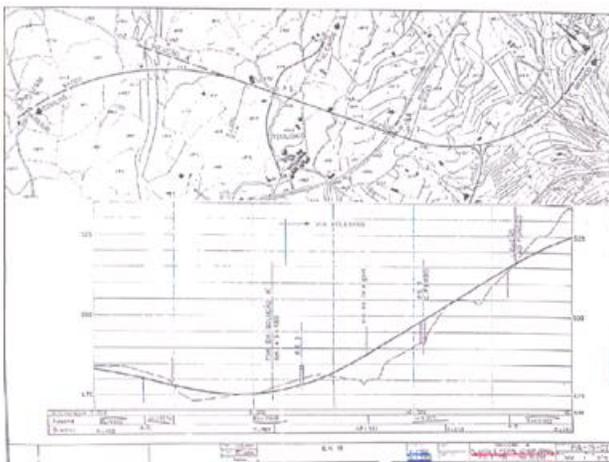


figura 1.75. Perfil longitudinal de um caminho de ferro

Quando o nível freático estiver próximo da superfície do terreno natural, a rasante deve ser definida de modo a ficar suficientemente afastada daquele. Por outro lado, a infiltração de água no subsolo pode degradar a consistência de toda a estrutura; assim, é indispensável dispor de um esquema de drenagem eficiente que remova a água da precipitação, composto por valas de drenagem, para recolher a água de cada um dos lados das bermas, valas de intersecção, para intersecar a água que escorre das encostas e por aquedutos subterrâneos ou galerias, para transportar a água recolhida. Para evitar a acumulação de água no pavimento, as faixas de rodagem são ligeiramente inclinadas, escorrendo assim a água para as valas existentes em cada um dos lados (figura 1.76.).

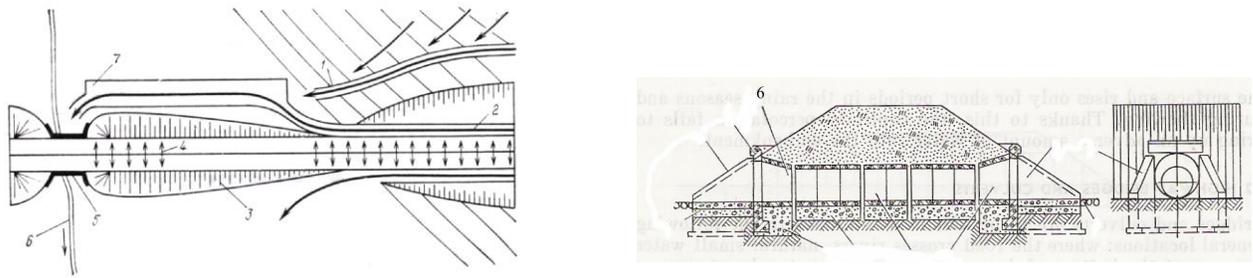


figura 1.76. Sistema de drenagem: 1=vala de intersecção; 2=vala de drenagem; 3=talude; 4=pavimento inclinado; 5=aqueduto subterrâneo; 6=linha de água

Se a estrutura onde o pavimento se apoia possa ficar saturada de água, através de percolação por capilaridade, as seguintes estruturas podem aliviar a situação (figura 1.77.):

- 1) construção de um aterro suficientemente alto
- 2) baixar o nível das águas subterrâneas através de sistemas de subdrenagem
- 3) impermeabilizar o solo
- 4) intersectar a circulação subterrânea

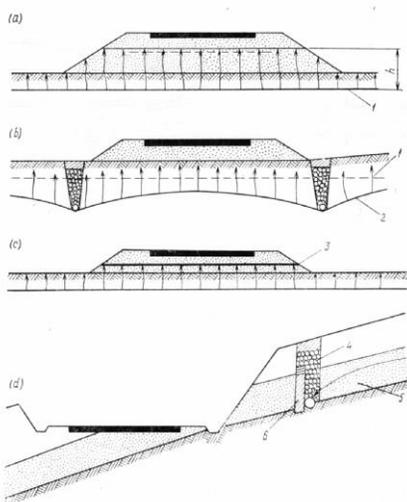


figura 1.77. Sistema de drenagem: 1=nível da água subterrânea; 2=sistema de drenagem da água subterrânea; 3=camada impermeável; 4=muro de retenção e drenagem

Para a definição geométrica da rasante é necessária a seguinte informação:

- coordenadas z (cotas) de cada um dos vértices
- distâncias à origem (medidas na horizontal) de cada vértice
- raios R das curvas verticais que em cada vértice realizam as concordâncias dos trainéis a si ligados

De forma semelhante ao caso horizontal, onde se introduziram curvas de transição para evitar descontinuidades na variação da curvatura ao longo da directriz, no caso vertical unem-se as tangentes adjacentes de diferentes declives através de arcos de parábola, devido à sua simplicidade e à variação constante de gradiente ao longo da curva. Estas curvas devem ter um desenvolvimento suficiente para que a transição seja confortável para o condutor do veículo, devendo ainda providenciar uma distância de visibilidade adequada.

Há a considerar duas formas para estas curvas: côncavas e convexas (figura 1.78.). O gradiente de uma tangente é normalmente expresso como 1 em x, isto, é uma unidade na vertical corresponde a x unidades na horizontal, em que 1 em x = 100%/x, isto é, por exemplo, 1 em 5 = 20 %. Os gradientes subindo da esquerda para a direita consideram-se positivos.

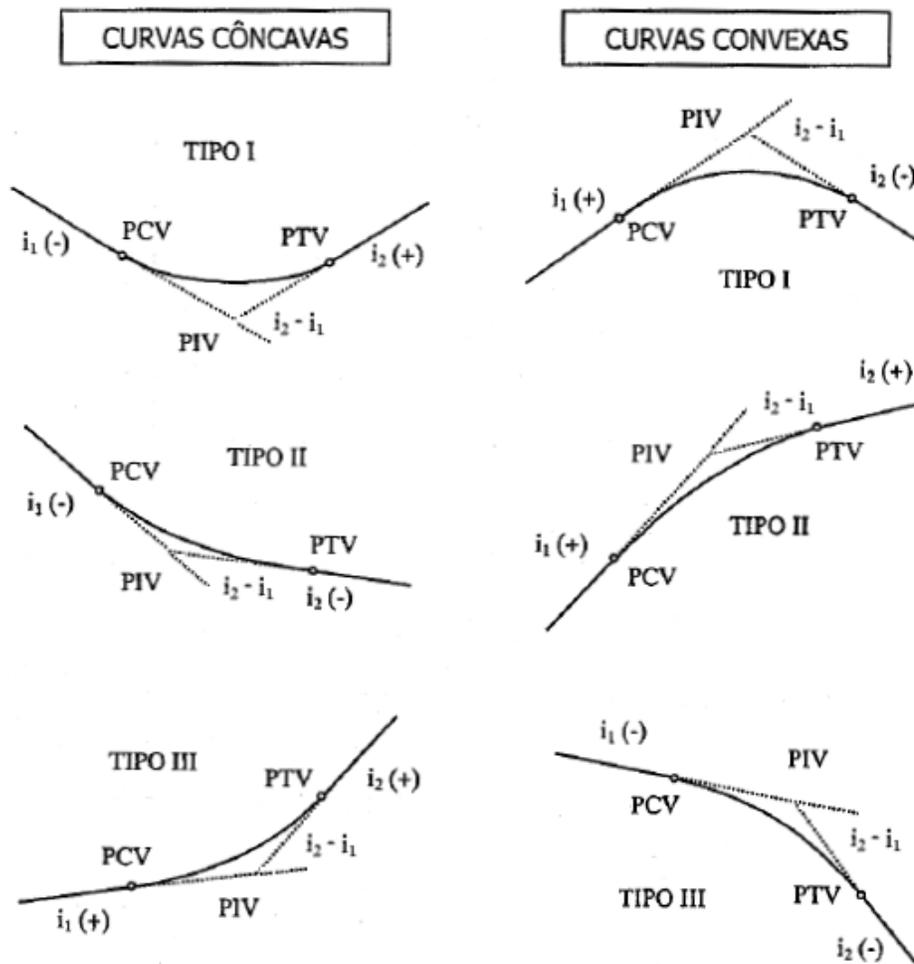


figura 1.78. Curvas de transição verticais

Na figura 1.79. o ponto A=PCV representa o início da curva vertical, V=PIV o ponto de intersecção das duas tangentes e B=PTV o ponto final da curva vertical; o comprimento ou amplitude da curva vertical representa-se por L e os declives das tangentes por $G_1\%$ e por $G_2\%$, respectivamente. No caso de curvas verticais simétricas tem-se que a distância horizontal AV é igual à distância horizontal VB (ambas iguais a $L/2$), enquanto que no caso de curvas verticais assimétricas estas distâncias são diferentes (a soma das duas é igual a L).

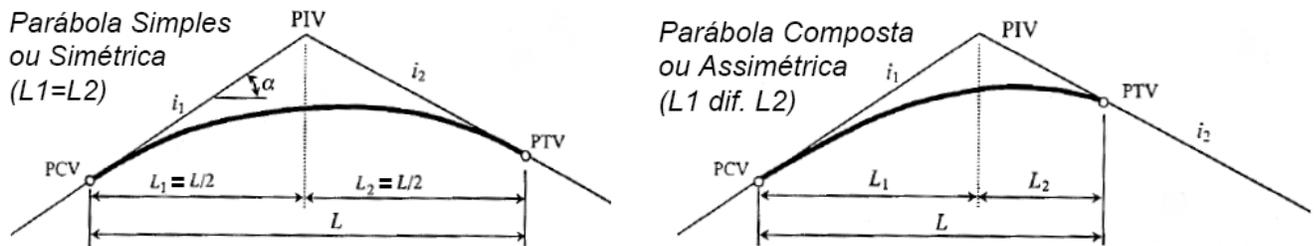


figura 1.79. Curvas de concordância verticais

Considera-se um referencial cujo eixo y contém o ponto A (a abcissa de A é igual a zero e a abcissa de B é igual a L) e cujo eixo x define o datum vertical (figura 1.80.); da equação geral da parábola $y = ax^2 + bx + c$, tem-se que o declive em cada ponto da curva é dado por $\frac{dy}{dx} = 2ax + b$ e que a taxa de variação do declive ao longo da curva é dada por $\frac{d^2y}{dx^2} = 2a$,

constante. Assim, para o caso que interessa considerar, de $\frac{d^2y}{dx^2} = r = \text{constante}$ tem-se por integração:

$$\frac{dy}{dx} = rx + H, \text{ em que para } \begin{cases} x = 0 : G_1 = \frac{dy}{dx} = H \\ x = L : G_2 = \frac{dy}{dx} = rL + H \end{cases} \Rightarrow G_2 - G_1 = rL \Rightarrow r = \frac{G_2 - G_1}{L}$$

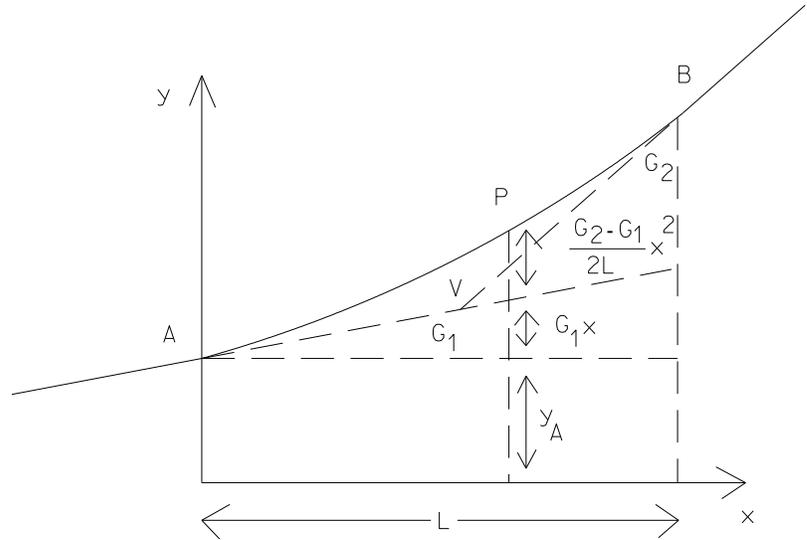
e portanto,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{G_2 - G_1}{L} x + G_1.$$

Integrando novamente, obtém-se finalmente a expressão da curva parabólica vertical:

$$y_P = \frac{G_2 - G_1}{2L} x^2 + G_1 x + y_A.$$

figura 1.80. Interpretação gráfica das três parcelas da expressão da curva parabólica vertical para um dado ponto P



A abscissa do máximo ou mínimo da curva vertical obtém-se de $\frac{dy}{dx} = \frac{G_2 - G_1}{L}x + G_1 = 0 \Rightarrow x_M = -\frac{G_1 L}{G_2 - G_1}$, com

$$y_M = y(x_M) = -\frac{G_1^2 L}{2(G_2 - G_1)} + y_A$$

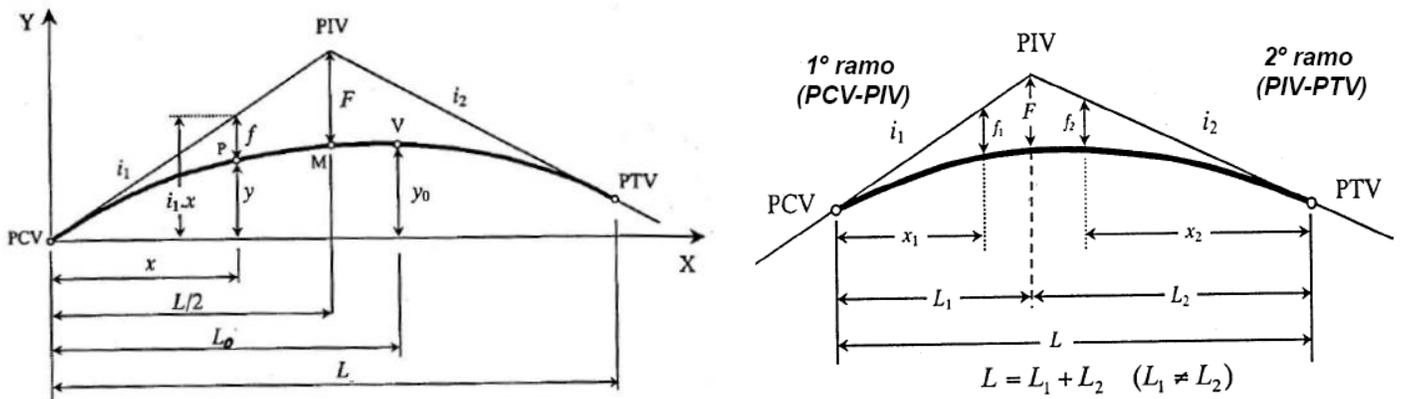


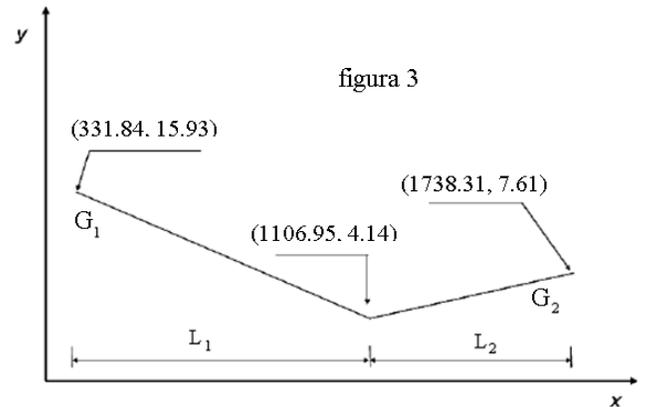
figura 1.81. Flecha em curvas parabólicas simétrica $f = -\frac{G}{2L}x^2$, $F = -\frac{GL}{8}$ e assimétrica $F = -\frac{L_1 L_2}{2L}G$, $f_1 = \frac{F}{L_1^2}x_1^2$, $f_2 = \frac{F}{L_2^2}x_2^2$

Define-se coeficiente de curvatura como $k=L/G$, com L em m e G em %, que traduz o comprimento da curva vertical no plano horizontal para cada 1% de variação na declividade longitudinal da via de comunicação.

Exemplo:

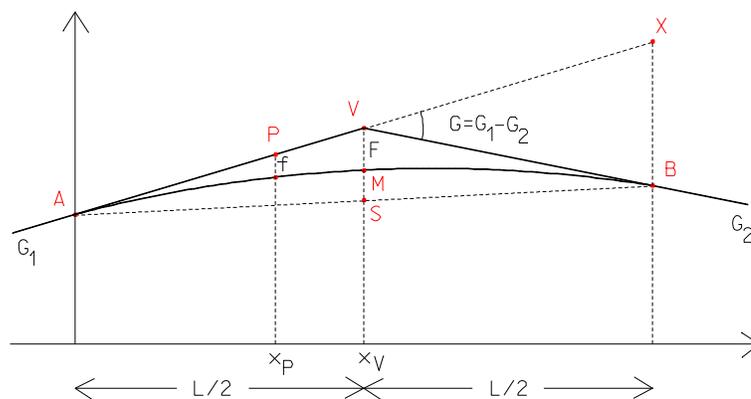
1. Considere os elementos do perfil longitudinal esquematicamente representados na figura, onde se indicam para cada ponto as quilometragens e as cotas dos pontos de transição e do vértice.

- a) Determine o declive de cada um dos trainéis.
- b) Calcule as cotas de 100 em 100 metros ao longo da curva parabólica vertical de transição.
- c) Calcule a quilometragem do ponto de cota mais baixa da curva.



As curvas verticais recomendadas para ligar dois trainéis são os arcos de parábola, que pode ser simétricos ou assimétricos, sendo os primeiros os mais indicados, na medida em que as curvas assimétricas são formadas por dois arcos de parábola diferentes, o que ocasiona menor estabilidade para os veículos.

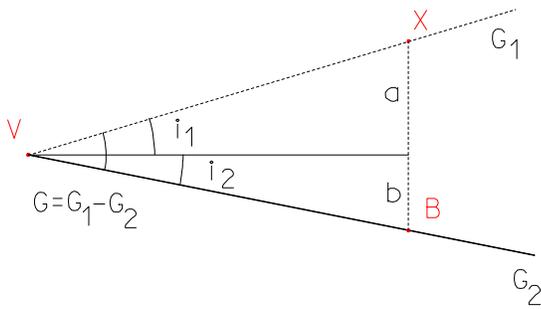
No caso simétrico, uma forma de obter a equação da parábola é considerando a figura seguinte:



Sendo V o vértice correspondente à intersecção dos dois trainéis de declives G_1 e G_2 , P um ponto genérico da curva, x_V e x_P as abscissas de V e de P, f e F as flechas desses mesmos pontos (distância vertical entre a curva e o 1º trainel), tem-se da equação da parábola:

$$\frac{F}{x_V^2} = \frac{f}{x_P^2}$$

Dos triângulos ASV e ABX tem-se: $\frac{BX}{VS} = \frac{L}{\frac{L}{2}} \Rightarrow BX = 4F$, pois $VS = 2VM = 2F$.



Do triângulo VBX tem-se:

$$G_1 = \tan i_1 = \frac{a}{L}, \quad G_2 = \tan i_2 = \frac{-b}{L}$$

$$G_1 - G_2 = \frac{a}{L} + \frac{b}{L} = \frac{a+b}{L} = \frac{BX}{L}$$

$$BX = (G_1 - G_2) \frac{L}{2} = 4F \Rightarrow F = \frac{(G_1 - G_2)L}{8}$$

Assim, $f = \frac{x_p^2}{x_v^2} F = \frac{(G_1 - G_2)}{2L} x_p^2$, obtendo-se o simétrico do termo quadrático da equação da parábola.

Para o caso assimétrico, tem-se $\frac{BX}{2F} = \frac{L}{L_1} \Rightarrow F = \frac{BX L_1}{2L}$,

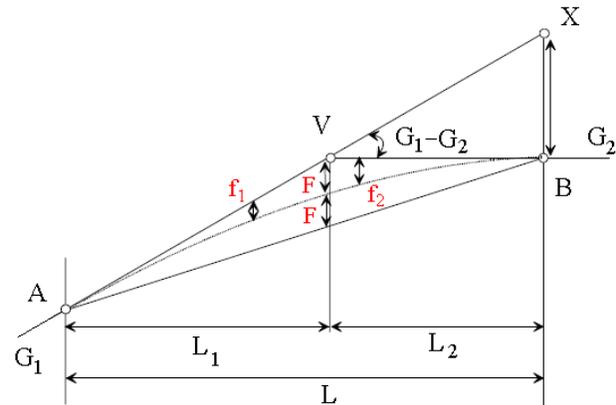
onde, de $BX = (G_1 - G_2) L_2$ vem $F = (G_1 - G_2) \frac{L_1 L_2}{2L}$.

Para a primeira parábola tem-se

$$f_1 = \frac{x_1^2}{L_1^2} F = \frac{x_1^2}{L_1^2} (G_1 - G_2) \frac{L_1 L_2}{2L} = (G_1 - G_2) \frac{L_2}{2L L_1} x_1^2 \quad \text{e}$$

portanto

$$y_1 = -(G_1 - G_2) \frac{L_2}{2L L_1} x_1^2 + G_1 x_1 + y_A$$



De forma análoga, tem-se para a segunda parábola: $f_2 = (G_1 - G_2) \frac{L_1}{2L L_2} x_2^2$ e portanto

$$y_2 = -(G_1 - G_2) \frac{L_1}{2L L_2} x_2^2 - G_2 x_2 + y_B$$

A origem da primeira parábola é o ponto A=PCV, a partir da qual se mede x_1 ; a origem da segunda parábola é o ponto B=PTV, a partir da qual se mede x_2 , para a esquerda, razão pela qual se considera na respectiva equação o simétrico do termo linear (equivale a considerar a curva simétrica em relação ao eixo vertical que passa por B).

a) $G_1 = \tan i_1 = \frac{4.14 - 15.93}{1106.95 - 331.84} = \frac{-11.79}{775.11} = -1.52\%$; $G_2 = \tan i_2 = \frac{7.61 - 4.14}{1738.31 - 1106.95} = \frac{3.47}{631.36} = 0.55\%$

b)

$$\text{Primeira parábola: } y_1 = -\frac{(G_1 - G_2)}{2L L_1} L_2 x_1^2 + G_1 x_1 + y_A$$

$$\text{Segunda parábola: } y_2 = -\frac{(G_1 - G_2)}{2L L_2} L_1 x_2^2 - G_2 x_2 + y_B$$

```

1 curva:
x =      .00, y = 15.93
x =   100.00, y = 14.47
x =   200.00, y = 13.13
x =   300.00, y = 11.91
x =   400.00, y = 10.81
x =   500.00, y =  9.82
x =   600.00, y =  8.96
x =   700.00, y =  8.22
x =   775.11, y =  7.74

2 curva:
x =   775.11, y =  7.74
x =   800.00, y =  7.48
x =   900.00, y =  7.06
x =  1000.00, y =  6.83
x =  1100.00, y =  6.78
x =  1200.00, y =  6.91
x =  1300.00, y =  7.22
x =  1400.00, y =  7.70
x =  1406.47, y =  7.61
    
```

c) O ponto mais baixo da curva de transição encontra-se na segunda parábola:

$$y_2 = -\frac{(G_1 - G_2)}{2L L_2} L_1 x_2^2 - G_2 x_2 + y_B$$

$$\frac{dy_2}{dx_2} = -\frac{(G_1 - G_2)}{L L_2} L_1 x_2 - G_2 = 0 \Rightarrow x_2 = -\frac{G_2 L L_2}{(G_1 - G_2) L_1} = -\frac{\frac{0.55}{100} \times 1406.47 \times 631.47}{(-\frac{1.52}{100} - \frac{0.55}{100}) \times 775.11} = -304.45$$

$$x_{\text{minimo}} = -304.45 + 1406.47 = 1102.02 \text{ m}$$

Os desenvolvimentos mínimos das curvas de transição verticais convexas são ditados por requerimentos de visibilidade, ou seja, garantir a possibilidade de um condutor visualizar um obstáculo no tranel seguinte, com uma distância de visibilidade de paragem segura. Sendo H_1 a altura dos olhos do condutor relativamente ao pavimento, H_2 a altura do obstáculo relativamente ao pavimento, L o desenvolvimento da curva, S a distância de visibilidade, G a diferença algébrica dos declives dos traneis (em percentagem), há dois casos a considerar, o primeiro quando $S > L$ e o segundo quando $S < L$.

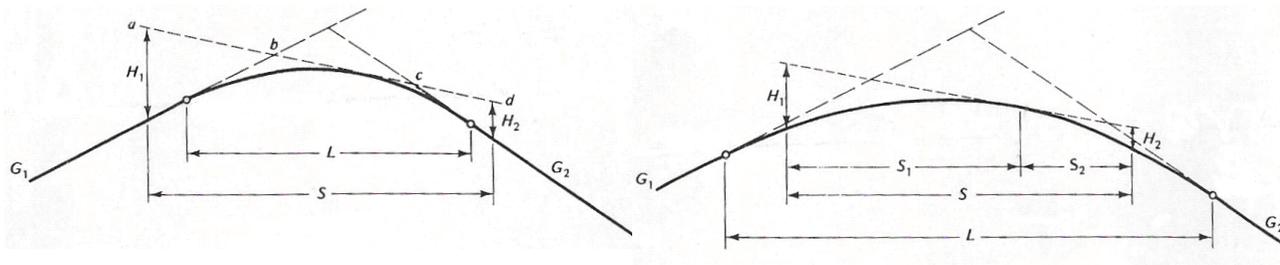


figura 1.82. Distância de visibilidade em curvas de transição verticais convexas

O problema reduz-se a encontrar o declive da linha de visibilidade que torna a distância ad mínima. Se g representar a diferença entre o declive da linha ad e o declive G_1 , $G-g$ será a diferença entre o declive da linha ad e o declive G_2 . No primeiro caso da figura 1.82., em que $S > L$, recorre-se à propriedade da parábola tal que a projecção horizontal de uma tangente à curva é igual a metade da projecção da corda respectiva; então, tem-se $S = \frac{100H_1}{g} + \frac{L}{2} + \frac{100H_2}{G-g}$. Para determinar o

declive da linha de visibilidade que torna S mínimo, tem-se $\frac{dS}{dg} = -\frac{100H_1}{g^2} - \frac{100H_2}{(G-g)^2} = 0$, ou seja, $g = \frac{G\sqrt{H_1H_2} - H_1G}{H_2 - H_1}$.

Substituindo este valor na expressão de S e isolando L , obtém-se o desenvolvimento mínimo L da curva vertical que fornece a distância de visibilidade S :

$$L_{\min} = 2S - \frac{200(\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2})^2}{|G|}, \text{ para } S > L.$$

No segundo caso da figura 1.82., em que $S < L$, tem-se $\frac{H_1}{GL/8} = \frac{S_1^2}{(L/2)^2}$ e $\frac{H_2}{GL/8} = \frac{S_2^2}{(L/2)^2}$, donde, resolvendo para S_1

e S_2 e somando, tem-se:

$$L_{\min} = \frac{|G|S^2}{100(\sqrt{2H_1} + \sqrt{2H_2})^2}, \text{ para } S < L.$$

Exemplo: Um trainel com um declive de $G_1=+3.9\%$ intersecta outro trainel com declive $G_2=+1.1$ na quilometragem 20500.00 e à cota 1005 m. a) Determine o desenvolvimento mínimo da curva de transição vertical convexa para uma velocidade de 80 km/h. b) Calcule a localização do ponto A e a cota do ponto V (admitindo $H_1=1.0$ m e $H_2=0.15$ m).

a) Da tabela 1.6., a distância de visibilidade de paragem S correspondente a uma velocidade de 80 km/h é igual a 120 m; a diferença de declives dos dois traineis é $G=1.1\%-3.9\%=-2.8\%$; se $S < L$, tem-se $L = \frac{|-2.8| \times 120^2}{100(\sqrt{2 \times 1.0} + \sqrt{2 \times 0.15})^2} = 104.7$ m, o que é falso; então, se $S > L$, tem-se $L = 2 \times 120 - \frac{200(\sqrt{1.0} + \sqrt{0.15})^2}{|-2.8|} = 102.5$ m.

b) a abcissa do ponto inicial (A) da curva é igual a $20500.00 - L/2 = 20448.75$ m; a cota do ponto V é $1005 - 1.1/100 \times L/2 = 1004.44$ m

Não há um critério único para a determinação do desenvolvimento L de uma curva vertical côncava, embora o mais utilizado seja o alcance S dos faróis (figura 1.83.): quando um veículo percorre uma curva côncava à noite, a zona iluminada da estrada à sua frente depende da posição dos faróis e da direcção do feixe (a configuração normalmente adoptada considera uma altura dos faróis igual a 0.60 m e uma abertura de 1° para o feixe de luz segundo o eixo longitudinal do veículo).

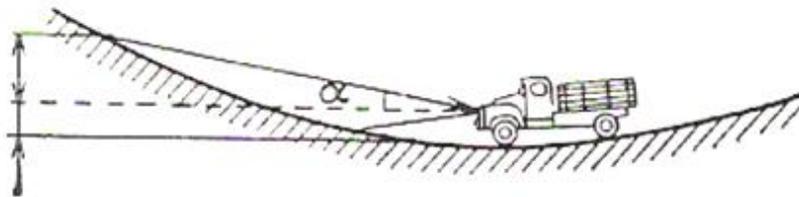


figura 1.83. Alcance dos faróis

No primeiro caso, quando $S > L$, a intersecção do feixe de luz com o pavimento requer uma curva com desenvolvimento $L = 2S - \frac{200(H + S \tan \alpha)}{G}$; quando $H=0.60$ m e $\alpha=1^\circ$, tem-se $L = 2S - \frac{120 + 3.49 S}{G}$.

No segundo caso, em que $S < L$, o desenvolvimento da curva é igual a $L = \frac{GS^2}{200(H + S \tan \alpha)}$, o que, para os valores adoptados de H e B , dá $L = \frac{GS^2}{120 + 3.49 S}$.

É útil relacionar o alcance S com a distância de visibilidade da paragem, pois a curva deve ser suficientemente longa de forma a que ambas as distâncias sejam da mesma ordem de grandeza. O desconforto sentido pelos ocupantes de um veículo ao percorrer uma curva vertical convexa é maior do que o desconforto sentido ao percorrer uma curva vertical côncava, pois no primeiro caso as forças gravitacional e centrífuga têm o mesmo sentido. Estabelecendo como limite que a força centrífuga não ultrapasse $0.3m/s^2$, sendo v a velocidade em km/h, tem-se:

$$L = \frac{Gv^2}{18.16}$$

O desenvolvimento da curva vertical necessário para garantir o conforto dos ocupantes do veículo para diversas velocidades é cerca de 50% do requerido para satisfazer o alcance dos faróis. Quando a curva vertical côncava ocorre numa passagem inferior, a estrutura da obra de arte pode causar problemas devido à diminuição da distância de visibilidade. Nessas circunstâncias, o desenvolvimento da curva que garanta o alcance dos faróis e a visibilidade adequada pode ser determinado por (figura 1.84.):

$$L = 2S - \frac{800}{G} \left(C - \frac{H_1 + H_2}{2} \right), \text{ no caso em que } S > L, \quad L = \frac{GS^2}{800} \left(C - \frac{H_1 + H_2}{2} \right)^{-1}, \text{ no caso } S < L$$

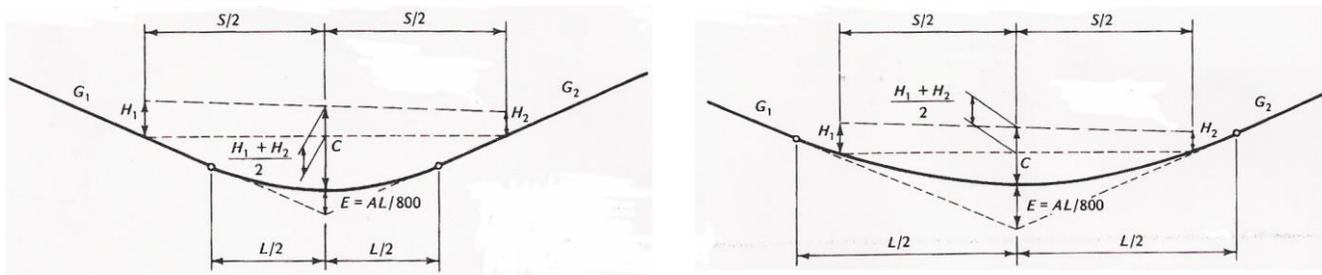


figura 1.84. Distâncias de visibilidade numa passagem inferior:

S=distância de visibilidade (m), H₁=altura dos olhos do condutor acima do pavimento (m), H₂=altura do objecto acima do pavimento (m), C=visibilidade vertical (m)

Quando o comprimento do tranel seja tal que o respectivo declive cause uma diminuição de pelo menos 20 km/h em veículos com carga máxima, deve ser introduzida uma faixa adicional no sentido ascendente, em especial quando o volume de tráfego seja elevado.

Em traneis longos (extensão superior a 2 km), no sentido descendente (inclinação superior a 6%), a inclusão de escapatórias pode revelar-se útil para travar e/ou imobilizar veículos com falhas mecânicas de travagem. Podem considerar-se 4 tipos básicos de escapatórias, em função das condições topográficas: monte de areia, declive, patamar e rampa (figura 1.85.), sendo o material utilizado de grande importância. A resistência ao movimento dos diversos materiais utilizados está indicada na tabela 1.22.:

Material utilizado no revestimento	Resistência ao movimento (lb/1000 lb)	Declive correspondente (%)
Cimento	10	1.0
Asfalto	12	1.2
Cascalho compactado	15	1.5
Agregado de gravilha	50	5.0
Cascalho não compactado	100	10.0
Areia	150	15.0

tabela 1.22. Resistência ao movimento dos materiais utilizados no revestimento das escapatórias

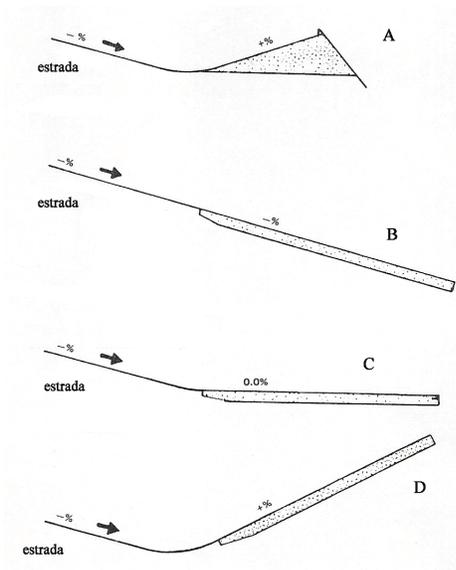


figura 1.85. Perfis básicos para escapatórias

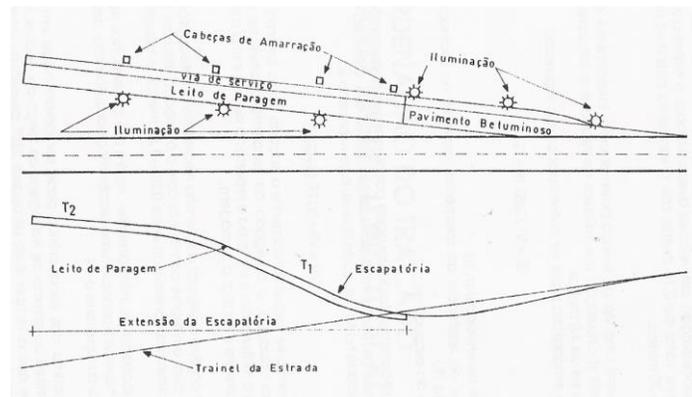


figura 1.86. Traçado típico de uma escapatória

1.4. Coordenação do traçado em planta e do perfil longitudinal

As normas de traçado não podem oferecer soluções padronizadas para todos os casos devido à grande diversidade de situações, contendo por esta razão uma tolerância quanto ao cálculo, cuja avaliação implica uma ponderação cuidadosa das necessidades de planeamento. Na aplicação das directrizes devem ser ponderadas as relações do traçado com a segurança e a facilidade de movimentação do tráfego, as restrições paisagísticas e urbanísticas, os constrangimentos orçamentais e a protecção do meio ambiente.

Um traçado pode respeitar integralmente as normas em planta e perfil e a estrada uma vez construída apresentar-se desagradável e não assegurar a segurança e comodidade de circulação. As curvas horizontais e verticais não devem ser projectadas de forma independente; sendo complementares, uma má combinação pode atenuar ou mesmo eliminar os aspectos positivos de cada um dos projectos e realçar os respectivos aspectos negativos. A qualidade de cada projecto individual e da sua combinação aumenta a segurança, favorece o tráfego a velocidade uniforme e melhora a percepção do traçado por parte do utilizador, quase sempre sem custos adicionais. A harmonização do traçado em planta com o perfil longitudinal deve iniciar-se nas fases preliminares do projecto, com base em análises gráficas.

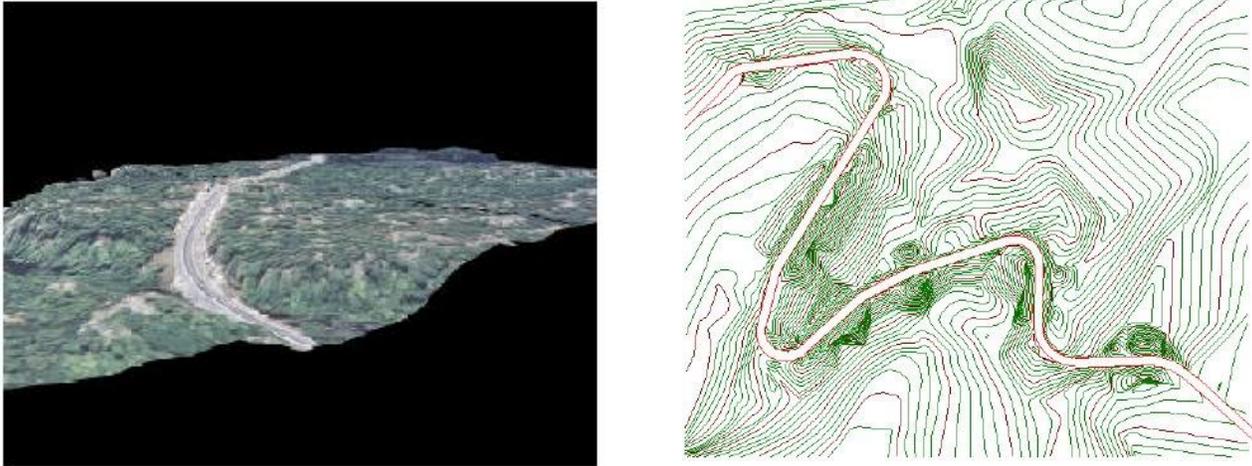


figura 1.87. Boa coordenação do traçado em planta e perfil longitudinal

Como regra geral, deve haver um equilíbrio entre a curvatura horizontal e a inclinação dos trainéis, isto é, deve evitar-se a utilização da curvatura mínima à custa de trainéis longos e inclinados, assim como deve evitar-se a utilização de trainéis horizontais à custa de curvaturas horizontais excessivas.

Nos casos em que há simultaneamente curvatura horizontal e vertical é normalmente melhor, do ponto de vista estético, dar a impressão de uma curva tridimensional única tanto nos planos horizontal como vertical, o que significa que as curvas horizontal e vertical devem coincidir. Nalguns casos, no entanto, considerações de segurança sugerem que as curvas horizontais sejam prolongadas em relação às curvas verticais para evitar que o início das curvas horizontais não sejam visíveis para os condutores que se aproximam (isto é especialmente importante quando uma curva horizontal coincide com uma lomba pronunciada da curva vertical). Para além disto, a utilização de curvas de curvas longas e de raio grande ligadas por tangentes curtas resulta num traçado mais fluida do que a utilização de tangentes longas ligadas por curvas de raio pequeno (em particular quando o ângulo de deflexão das tangentes horizontais ou quando a diferença de inclinação dos trainéis for pequena). Note-se que curvas em excesso também colocam problemas, sendo importante existir um número adequado de secções com distância de visibilidade de ultrapassagem. Por fim, na aproximação de intersecções com outras vias, os alinhamentos utilizados devem prever uma distância de visibilidade de decisão conveniente, devendo por essa razão ser utilizadas tangentes sempre que possível. As curvas reversas e compostas, quando não existir outra solução, devem conter uma tangente intermédia (ou uma curva de transição) para permitir o desenvolvimento da sobrelevação.

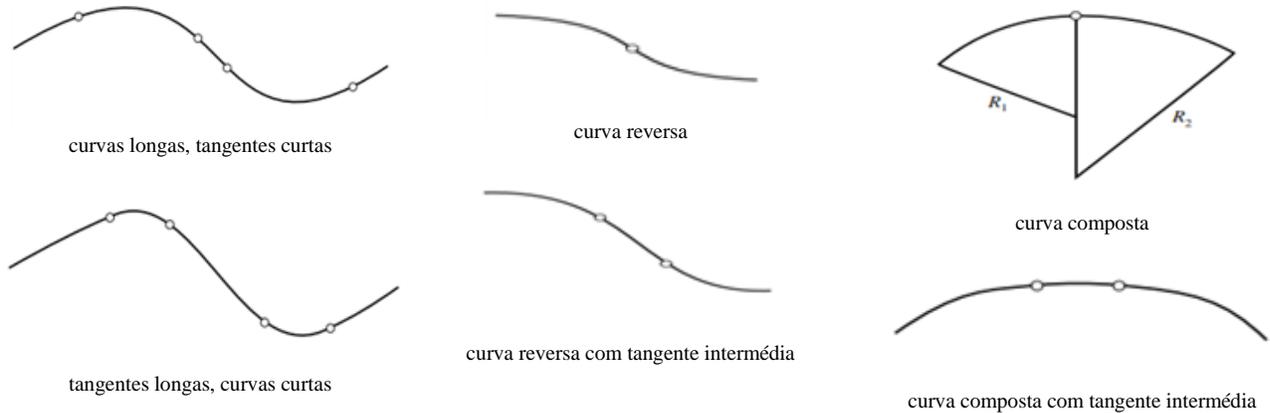


figura 1.88. Má coordenação do traçado em planta e perfil longitudinal

O projecto de uma estrada pode ser visto como um problema de modelação geométrica de características especiais. O ponto de partida para o projectista é o terreno, que pode ser matematicamente representado por uma superfície de equação $z=f(x, y)$, onde z é a cota do terreno no ponto de coordenadas x e y (por exemplo uma carta topográfica em papel ou um modelo digital do terreno). Tomando como base o terreno, o projectista determina, sobre o plano xy , uma linha poligonal, que representa uma primeira aproximação da projecção do eixo da estrada sobre o plano horizontal. A poligonal escolhida visa evitar, de acordo com a intuição e a experiência do projetista, regiões demasiadamente acidentadas do terreno. Escolhida a poligonal, ela é ajustada em cada vértice através de curvas de concordância entre os segmentos da poligonal. O lançamento da poligonal e das curvas é o projecto horizontal da estrada (directriz).

A intersecção da superfície do terreno com a superfície vertical definida pela directriz, determina uma curva no espaço, denominada perfil longitudinaldo terreno. Esta curva pode ser matematicamente representada por uma equação da forma $z = g(w)$, onde w é a distância medida ao longo da directriz. Tomando como base o perfil longitudinal, o projectista define a rasante da estrada, que é uma linha poligonal que especifica a posição em relação ao terreno do pavimento da estrada a ser construída. O posicionamento da rasante deve atender a diversos critérios, como o gradiente máximo especificado nas normas técnicas. Além disso, ela deve ser escolhida de modo a minimizar o custo da terraplenagem requerida para sua construção.

A plataforma fica definida através da respectiva secção transversal em cada ponto do eixo, determinada por parâmetros pré-fixados (largura da plataforma, sobreelevação de curvas, visibilidade, etc).

Para o projectista, além da informação visual relacionando a secção transversal do terreno e da plataforma, é importante avaliar o volume de terra (corte ou aterro) na terraplenagem. Para tal, é útil um gráfico conhecido como diagrama de Bruckner, que fornece, para cada ponto da estrada, a soma algébrica de todos os volumes de corte(+) e aterro(-), acumulados desde o início do projecto.

Na escolha da localização do traçado deve-se sempre tentar visualizar a estrada uma vez concluída e avaliar as consequências das possíveis combinações de traçado em planta e perfil, respeitando os seguintes princípios:

1. evitar rectas ou curvas com raios grandes e traineis longos e inclinados, assim como curvas com raios pequenos e traineis suaves: um projecto que oferece maior segurança fica entre os dois extremos anteriores.
2. a sobreposição das curvas em planta e perfil melhora o aspecto visual da estrada
3. não se devem fazer coincidir curvas verticais de pequeno desenvolvimento com curvas horizontais
4. utilizar curvas horizontais de raio grande e desenvolvimento também grande em vez de alinhamentos rectos com curvas de pequena extensão
5. evitar curvas horizontais de pequeno raio no topo ou perto do topo de uma curva vertical (o condutor é incapaz de perceber a mudança no traçado, em especial à noite)

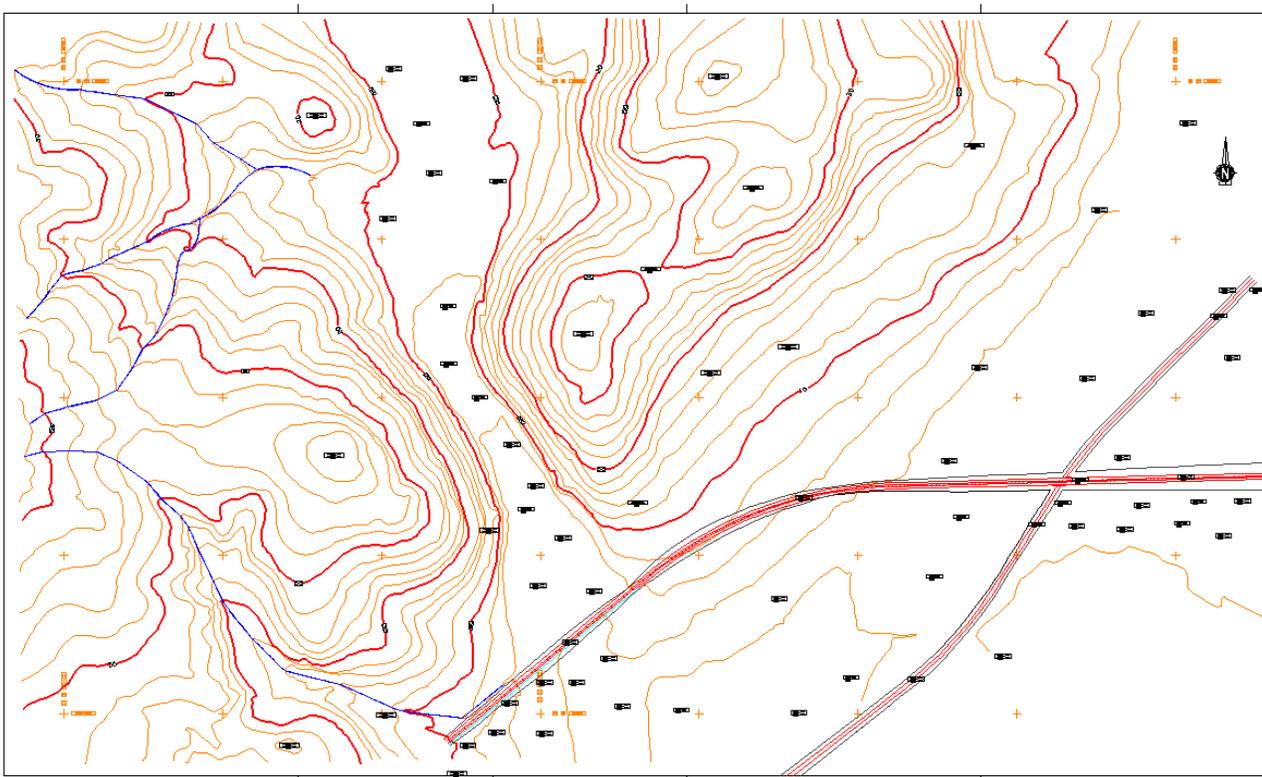


figura 1.89. Cartografia da zona de projecto

O processo de definição e cálculo da directriz desenrola-se de acordo com as fases seguintes:

- lançar a poligonal sobre o terreno
- levantar as coordenadas dos vértices da poligonal
- calcular as distâncias entre os vértices da poligonal
- calcular os rumos dos alinhamentos rectos
- calcular ao ângulos de (dupla) deflexão
- calcular as curvas circulares, arbitrando os valores dos raios, respeitando a extensão mínima dos alinhamentos intermédios, o desenvolvimento mínimo das curvas circulares
- introdução de curvas de transição horizontais (clotóides)

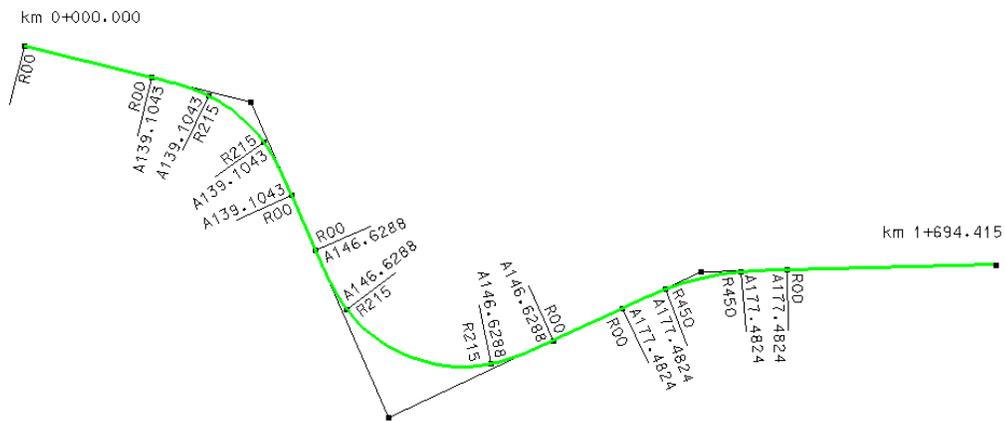


figura 1.90. Projecto da directriz

Tipo do alinhamento	Comprimento do alinhamento (m)	Quilometragem
tangente	196.159	0+000.000 a 0+196.159
clotóide	90	0+196.159 a 0+286.159
arco circular	107.260	0+286.159 a 0+393.419
clotóide	90	0+393.419 a 0+483.419
tangente	89.378	0+483.419 a 0+575.797
clotóide	99.690	0+575.797 a 0+672.487
arco circular	242.564	0+672.487 a 0+915.015
clotóide	99.690	0+915.051 a 1+014.741
tangente	113.616	1+014.741 a 1+128.357
clotóide	70	1+128.357 a 1+198.357
arco circular	115.190	1+198.357 a 1+313.547
clotóide	70	1+313.547 a 1+383.547
tangente	310.868	1+383.547 a 1+694.415

figura 1.91. Mapa da directriz

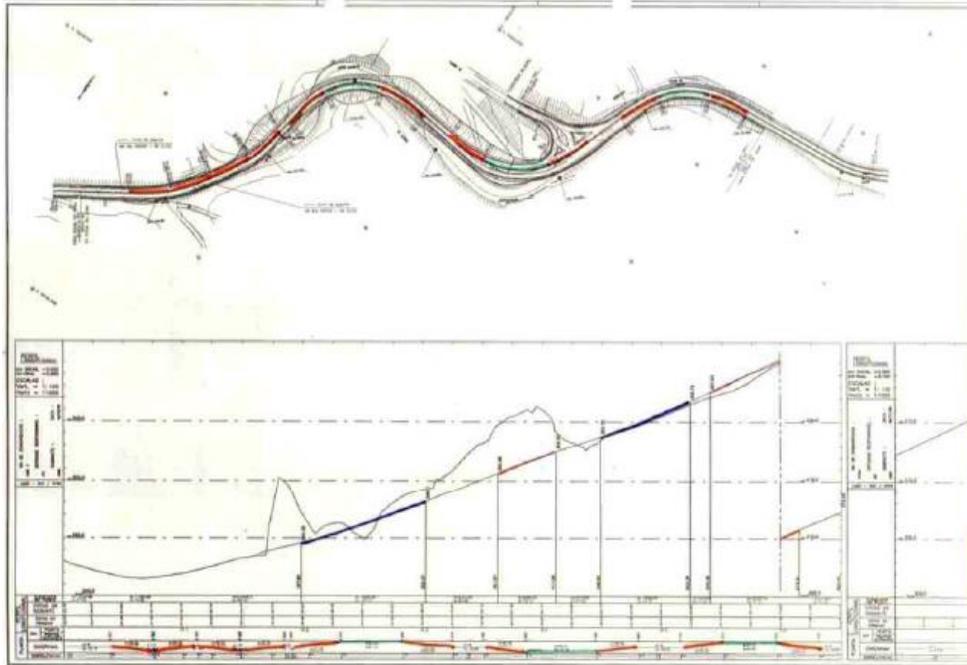


figura 1.95. Boa coordenação planta-perfil

Com base no perfil longitudinal do terreno (figura 1.95.) procede-se à definição da rasante, tendo em conta a obtenção de volumes de escavação e aterro equilibrados (tentar obter a compensação de volumes de forma a minimizar o movimento de terras). A escolha da inclinação dos traneis é função da topografia do terreno (minimização dos custos de construção, que implicam maiores inclinações, embora dentro dos limites aceitáveis) e da operação dos veículos (minimização dos custos de exploração, que implicam menores inclinações, embora dentro dos limites aceitáveis). Deve igualmente atender-se à integração paisagística (adaptação do traçado da rasante à orografia e à paisagem), à drenagem (garantia de drenagem superficial mínima em terreno plano) e à segurança (evitar inclinações elevadas em traneis extensos). As curvas de concordância vertical devem garantir a visibilidade e a comodidade.

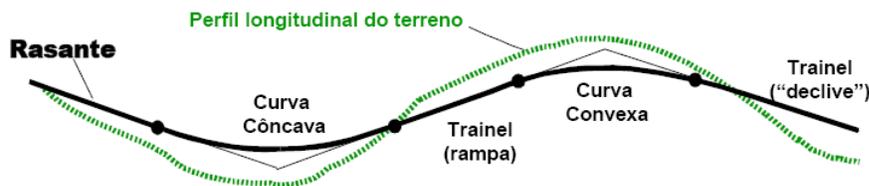


figura 1.96. Perfil longitudinal e rasante

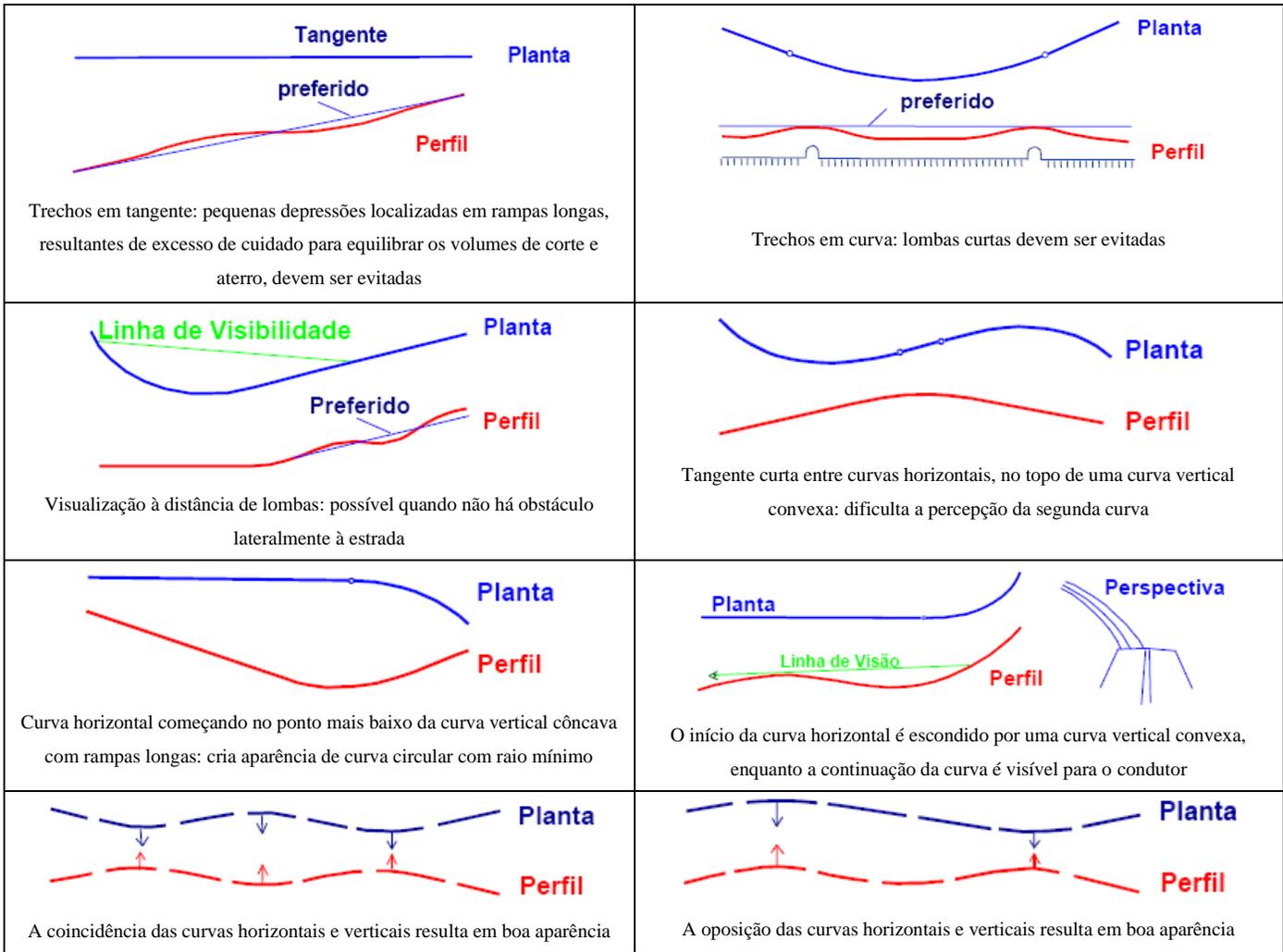


figura 1.97. Coordenação do traçado em planta e do perfil longitudinal

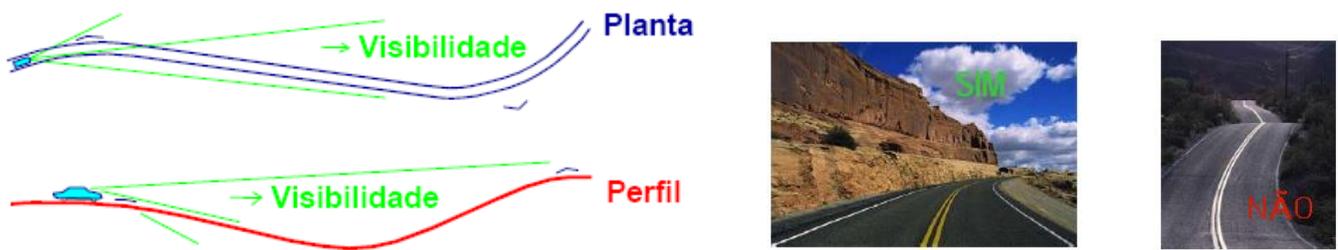


figura 1.98. Exemplo de compatibilização entre curvas horizontais e verticais

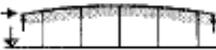
Plano horizontal	Plano vertical longitudinal	Elemento geométrico espacial resultante
 <p>recta</p>	 <p>recta</p>	 <p>recta com inclinação constante</p>
 <p>recta</p>	 <p>curva</p>	 <p>concavidade numa recta</p>
 <p>recta</p>	 <p>curva</p>	 <p>convexidade numa recta</p>
 <p>curva</p>	 <p>recta</p>	 <p>curva com inclinação longitudinal constante</p>
 <p>curva</p>	 <p>curva</p>	 <p>concavidade numa curva</p>
 <p>curva</p>	 <p>curva</p>	 <p>convexidade numa curva</p>

figura 1.99. Elementos espaciais do traçado segundo a perspectiva do condutor do veículo

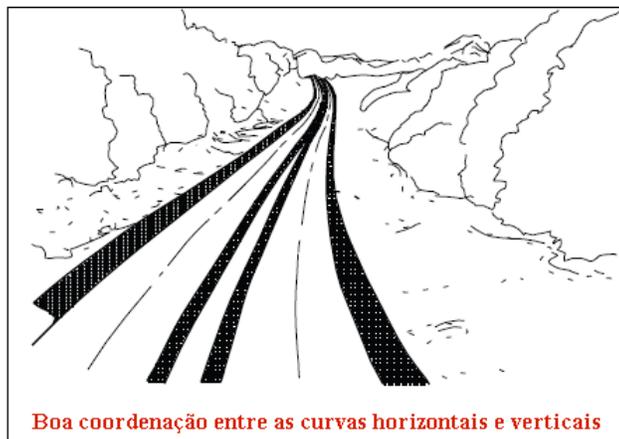


figura 1.100. Coordenação do traçado em planta e em perfil longitudinal



figura 1.101. Mau traçado em planta (raio diminuto)

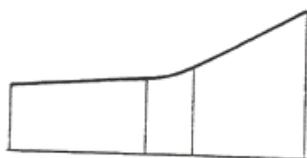


figura 1.102. Mau traçado em perfil (concordância diminuta)

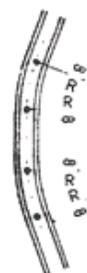


figura 1.103. Mau traçado em planta (pequeno alinhamento entre duas curvas com o mesmo sentido)



figura 1.104. Mau traçado em perfil (pequeno tranelo entre duas concordâncias côncavas)



figura 1.105. Mau traçado em perfil (perda do traçado)



figura 1.106. Início da curva circular após concordância convexa, o que impede ver a mudança de direção em planta



figura 1.107. Início de curva circular após uma concordância côncava, provocando uma quebra do traçado



figura 1.108. Curva circular de grande raio e concordância côncava de pequeno raio, provocando quebra do traçado em planta



figura 1.109. Concordância côncava após uma curva circular provocando quebra do traçado e estreitamento óptico da estrada



figura 1.110. Concordância côncava entre duas curvas circulares provocando quebra e estreitamento óptico da estrada

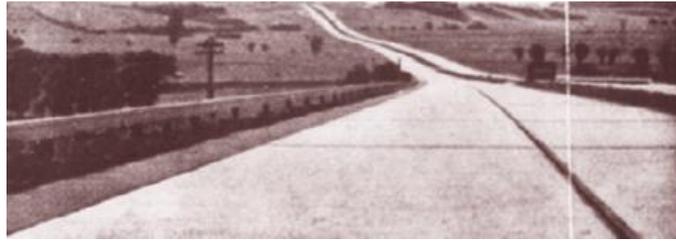


figura 1.111. Exemplo de efeito óptico causado por uma curva horizontal numa depressão: ajustar ambas as curvas

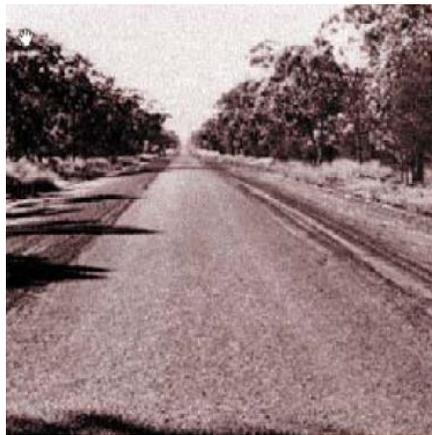


figura 1.112. Tangentes longas com gradientes suaves tornam difícil a avaliação da distância e velocidade de outros veículos: introduzir curvas horizontais



figura 1.113. Trainéis longos ligados por curvas verticais de pequeno raio produzem um mau efeito visual: tornar as curvas horizontais e verticais coincidentes



figura 1.114. Estrada mal ajustada ao terreno devido à utilização de tangentes longas ligadas por curvas horizontais de pequeno raio

1.5. Expropriações

A faixa a expropriar compreende todos os terrenos necessários ao projecto (movimento de terras, drenagem, obras de arte, etc.). A implantação no terreno dos limites da área a expropriar reveste-se da maior importância, pois visa dar a conhecer aos proprietários e aos avaliadores as zonas que vão ser objecto de expropriação. As estacas utilizadas para o efeito são convencionalmente pintadas de azul (enquanto que as estacas que definem a directriz são pintadas a encarnado).

O projecto de expropriações é constituído por três partes distintas: a memória descritiva e justificativa, que relaciona este projecto com as restantes peças do projecto que interferem no estabelecimento dos limites da faixa a expropriar, as peças desenhadas (planta topográfica de expropriações, planta parcelar de expropriações e planta dos serviços afectados) e fichas de identificação e mapas de áreas.

Na planta topográfica de expropriações inclui-se toda a informação planimétrica e altimétrica, os limites da faixa a expropriar, a directriz do traçado, as linhas de crista das escavações e da base dos aterros, as obras de arte e os eixos dos restabelecimentos ou nós de ligação.

A planta parcelar de expropriações (figura 1.115.) é uma planta de cadastro geométrico dos prédios atingidos, que são delimitadas e identificadas as parcelas objecto de expropriação e onde são assinalados os vértices da poligonal de apoio. Nestas cartas inclui-se a informação planimétrica, assim como informação administrativa. Inclui-se igualmente a directriz do traçado.

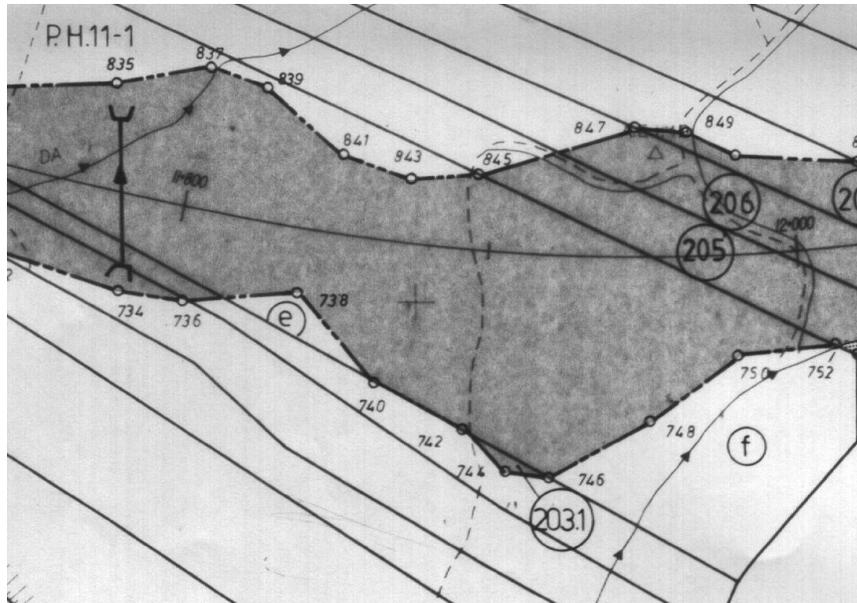


figura 1.115. Excerto de uma planta parcelar

Há diversas regras quanto à representação dos prédios, constantes nas seguintes normas:

NORMAS PARA A ELABORAÇÃO DE UM PROJECTO DE EXPROPRIAÇÕES

Capítulo I – Projecto de execução

1. Memória descritiva e justificativa

Esta memória visa relacionar o projecto de expropriações com as restantes peças dos projectos que interferem no estabelecimento dos limites da faixa a expropriar

2. Planta topográfica de expropriações

Plantas topográficas de expropriações são plantas planimétricas e altimétricas, com todos os pontos notáveis do terreno, apresentados à escala 1/1000, em folhas de desenho A1, tendo o ponto cardeal Norte, desenhado no canto superior direito. O original será apresentado em transparente indeformável.

Sobre a planta topográfica são assinalados, além dos limites da faixa a expropriar, a directriz do traçado, com PK's de 100 em 100 metros no máximo, a plataforma, as linhas de crista das escavações e da base dos aterros e as obras de arte (PS's, PI's, PH's).

Os limites da faixa a expropriar estarão assinalados com traço descontínuo.

3. Planta parcelar

A planta parcelar de expropriações é uma planta de cadastro geométrico actualizado dos prédios ao longo do traçado, em que são delimitadas e identificadas as parcelas objecto de expropriação. São desenhadas à escala 1/1000 em formato A1. O ponto cardeal Norte deve ser desenhado no canto superior direito. O original será apresentado em transparente indeformável.

A faixa a expropriar será levemente sombreada, mas de modo a que não dificulte e boa visibilidade de todas as indicações nela contidas. As áreas públicas não expropriadas (caminhos, estradas, linhas de água, etc.) não são sombreadas.

A quadrícula deve ter densidade que permita verificação rápida das coordenadas de qualquer ponto. Serão assinalados os marcos da poligonal de apoio.

Os acessos ou caminhos paralelos que exijam expropriação de terrenos são assinalados com pontuado denso. Os terrenos destinados a valas de drenagem serão assinalados pelo mesmo critério.

Quando após a apresentação da planta parcelar se verifique ser necessário alargar a área de expropriação, o sombreado destas será assinalado de forma mais carregada. No caso contrário, de redução de área declarada de utilidade pública, a parte disponível, ou melhor, dispensável, será assinalada com traços paralelos verticais sobre o sombreado inicial.

As áreas que de acordo com os projectos forem consideradas de intervenção temporária mas justifiquem indemnizações, serão assinaladas com pontuado largo.

Figurarão todos os pormenores planimétricos (construções, muros, poços, tanques, moinhos, vedações, etc.) com os respectivos símbolos constantes da legenda a incluir em cada folha. Não deverão conter indicações de altimetria para não sobrecarregarem o desenho.

Figurarão igualmente, com simbologia adequada, os limites de Concelho e de Freguesia, rios, linhas de água, caminhos, estradas, etc. Nas vias de comunicação devem indicar-se os locais a que conduzem e nas linhas de água o sentido da corrente.

Deve ser assinalada a directriz do C.F. com distâncias quilométricas de 100 em 100 metros.

Sempre que uma zona se apresente confusa, nomeadamente nas zonas urbanas ou de emparcelamento muito denso, deverá elaborar-se uma planta auxiliar à escala 1/500.

Nenhum prédio poderá ser dividido por duas folhas de desenho, exceptuando-se os casos de prédios com grande extensão.

Todas as parcelas são numeradas seguidamente em ordem crescente no sentido da quilometragem, numeração esta que deve ficar sempre dentro da parcela a que respeita, envolvida por uma circunferência.

Quando o mesmo prédio for dividido em várias parcelas a expropriar, a primeira terá o número de ordem que lhe for atribuído e os outros algarismos seguidos a partir de 1, separados daquele por um ponto.

As parcelas sobrantes não obrigatoriamente expropriáveis serão identificadas por letras minúsculas separadas no número de ordem por um ponto.

Quando se verificar o aparecimento de novos prédios e não for prático alterar totalmente a numeração, estes serão identificados pelo número de ordem imediatamente inferior seguido dos algarismos 1, 2, 3, etc., separados daquele por uma barra (/).

Os limites de expropriação são assinalados por traço descontínuo, devendo os vértices da linha limite ser referenciados com números pares consecutivos do lado direito e ímpares do lado esquerdo, no sentido crescente da quilometragem. A distância entre vértices consecutivos não deverá exceder os 100 metros e de cada vértice deve ser visível o anterior e o seguinte.

As coordenadas dos vértices de expropriação devem ser indicadas nas folhas das plantas parcelares a que pertencem.

Deve garantir-se acesso a todos os prédios encravados e a parcelas sobrantes não expropriadas. Nas zonas de grande propriedade, deve procurar assegurar-se a ligação entre as áreas separadas de modo a permitir a passagem de máquinas agrícolas, gado, etc. (este cuidado pode reduzir substancialmente as indemnizações e contribuirá para uma melhor aceitação do traçado pelas populações vizinhas).

Quando uma construção se situar nos limites da área a expropriar deve merecer um estudo cuidadoso tendo em vista a possibilidade de evitar a sua demolição.

4. Mapa de áreas

4.1. O mapa de áreas, elaborado a partir das plantas parcelares, deve conter a indicação do número de parcela e subparcela, nome e morada dos proprietários, referências da Repartição de Finanças (artigo da matriz) e da Conservatória do Registo Predial (número das descrições), bem como as áreas totais dos prédios e das parcelas a expropriar e ainda a localização do prédio (freguesia e concelho).

Capítulo II

1. Implantação no terreno da faixa a expropriar

Sempre que se verifiquem diferenças entre a área do prédio medida na planta de cadastro e a constante na matriz cadastral, é necessário esclarecer essa diferença.

Para efeitos de cálculo do valor a indemnizar o proprietário pela área a expropriar, é necessário proceder a uma avaliação do prédio, onde se contabiliza a natureza do terreno e respectiva capacidade de uso (prédios rústicos), factores que determinam o rendimento potencial da parcela, assim como outros factores como sejam benfeitorias (construções, muros de suporte, árvores de fruto, confrontações com vias públicas, existência de redes eléctrica ou de água) que a valorizem.

LADO ESQUERDO			LADO DIREITO		
Nº VERTICE	M	P	Nº VERTICE	M	P
1075	-95691.559	-68493.846	958	-95596.259	-68566.459
1077	-95694.055	-68461.459	960	-95592.994	-68522.000
1079	-95688.090	-68400.226	962	-95593.730	-68500.613
1081	-95662.882	-68340.900	964	-95587.667	-68443.729
1083	-95656.804	-68300.409	966	-95585.654	-68420.670
1085	-95647.399	-68286.163	968	-95588.397	-68404.583
1087	-95634.056	-68273.561	970	-95580.100	-68347.910
1089	-95652.602	-68226.157	972	-95583.843	-68332.449
1091	-95649.082	-68207.015	974	-95550.206	-68316.725
1093	-95635.240	-68171.586	976	-95540.007	-68306.208
1095	-95623.839	-68151.483	978	-95534.319	-68279.891
1097	-95633.861	-68129.414	980	-95519.901	-68254.266
1099	-95649.272	-68070.515	982	-95528.892	-68241.942
1101	-95648.741	-68031.142	984	-95550.500	-68229.506
1103	-95664.918	-68007.927	986	-95546.861	-68172.973
1105	-95683.096	-67961.071	988	-95518.740	-68157.456
1107	-95693.101	-67899.286	990	-95517.285	-68145.589
1109	-95718.338	-67851.706	992	-95527.114	-68127.564
1111	-95719.443	-67825.165	994	-95533.232	-68092.114
1113	-95737.077	-67776.239	996	-95552.646	-68078.118
1115	-95741.468	-67727.966	998	-95554.406	-68067.477
1117	-95752.761	-67712.109	1000	-95535.888	-68055.231
1119	-95752.101	-67699.213	1002	-95533.416	-68039.044
1121	-95727.352	-67671.899	1004	-95555.483	-67990.492
1123	-95710.563	-67638.741	1006	-95583.143	-67974.733
1125	-95713.364	-67623.341	1008	-95584.115	-67938.374
1127	-95743.724	-67598.000	1010	-95590.417	-67894.782
1129	-95744.342	-67584.728	1012	-95606.053	-67846.107
1131	-95730.860	-67551.344	1014	-95607.034	-67794.640
1133	-95735.606	-67539.591	1016	-95615.724	-67762.139
1135	-95766.762	-67534.299	1018	-95624.218	-67746.571
1137	-95775.188	-67519.439	1020	-95627.322	-67711.909

figura 1.116. Vértices de expropriação

Exercícios:

1. Qual é o valor do raio de uma curva circular cujo grau D_a é igual a 1° ? Qual é o valor do raio de uma curva circular cujo grau D_a é igual a 5° ?

2. Pretende-se implantar uma curva de grau $D_c=35^\circ$ de forma a efectuar a ligação entre duas tangentes numa auto-estrada; sendo o ângulo de dupla deflexão dessas tangentes igual a 40° , determine os elementos de implantação desta curva sabendo que a quilometragem do ponto V é igual a 5+222.910.

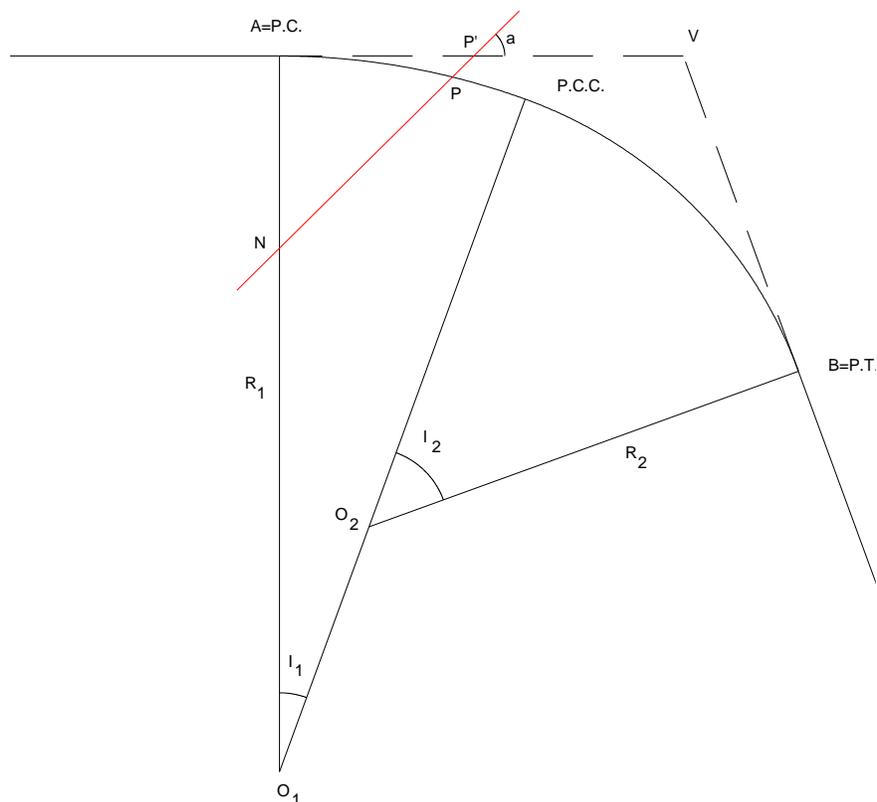
3. Considere duas tangentes cujo ângulo de dupla deflexão é igual a 22° , não sendo acessível o ponto V de intersecção. Para determinar os pontos onde se inicia a curva circular de raio $R=290\text{m}$ que estabelece a ligação entre as tangentes, foram fixadas duas estacas B e C, uma em cada tangente, tendo-se então medido a distância entre elas: $BC=138.5\text{ m}$. Em C mediu-se o ângulo entre a direcção da tangente e a direcção que contém B, igual a $12^\circ 30'$ e em B mediu-se o ângulo entre a direcção da tangente e a direcção que contém C, igual a $9^\circ 30'$. Implante a curva circular.

4. Determine os elementos de implantação de uma curva circular cujo ângulo de dupla deflexão é igual a 160° sabendo que a quilometragem dos pontos V e PC é igual a 9+820.570 e 9+127.080, respectivamente. Indique o procedimento a seguir no correspondente trabalho de campo.

5. Pretende-se implantar uma curva circular de grau $D_a=12^\circ$ utilizando estacas de 100 em 100 metros, em que a quilometragem dos pontos $A=PC$ e $B=PT$ é, respectivamente, 8+986.130 e 9+857.800, conhecendo-se os pontos 8+800.000 e 8+900.000 da tangente precedente. Calcule os elementos necessários para a implantação da curva circular. Suponha que a partir do ponto 9+400.000 deixa de ser possível efectuar a piquetagem da directriz a partir do ponto A; é então necessário estacionar sobre a curva, num ponto X entre o ponto 9+400.00, já implantado, e o ponto 9+500.00; em função da visibilidade a partir do ponto A, defina um ponto X e a partir dele calcule os parâmetros de implantação da porção da curva circular que não possível implantar a partir do ponto A.

6. Num projecto de uma linha de caminho de ferro, é necessário implantar uma curva circular de tal forma que esta contenha um ponto P que dista 40.0 m do ponto de intersecção $V=PI$ das tangentes e que é equidistante dos pontos PC e PT. Sendo o ângulo de dupla deflexão igual a $46^\circ 40'$, calcule o raio R da curva e a distância entre os pontos PI e PT e entre os pontos PT e PC.

7. Para estabelecer a ligação entre duas tangentes, pretende-se implantar uma curva composta consistindo em dois arcos circulares cujos elementos característicos são $I_1=20^\circ$, $D_{c1}=7^\circ$, $I_2=50^\circ$, $D_{a2}=11^\circ$, onde D_c e D_a são os graus das curvas em função da corda e do arco, respectivamente. Sendo conhecida a quilometragem do ponto de intersecção das duas tangentes, $V=6+725.250$, materializado no terreno, calcule a quilometragem dos pontos PC, PCC e PT, assim como os elementos necessários para a respectiva implantação, juntamente com a dos pontos intermédios a cada 100 metros. Suponha que no caso da segunda curva, o último ponto que se consegue implantar a partir de PCC é o correspondente à quilometragem 6+900.000, pelo que é necessário estacionar sobre a curva para completar o trabalho. Para além dos cálculos (ângulos até ao centésimo de minuto e distâncias até ao milímetro), indique o procedimento a seguir no campo. Calcule o comprimento total da curva composta, assim como a respectiva corda e deflexão.



8. Com os elementos anteriores, suponha que é necessário localizar planimetricamente o ponto P de intersecção da curva composta com a linha de alta tensão indicada na figura, sendo conhecidos a quilometragem do ponto P', igual a 6+486.491, e o ângulo entre as direcções AP' e NP', $\alpha=44^{\circ} 48' .27$. Estacionando em A, obtenha o ângulo de deflexão para P e a distância AP.

9. É necessário estabelecer a ligação dos segmentos de recta AB e CD através da curva composta BEC, de tal forma que o raio da curva BE seja igual a 200 m. Sabendo que as coordenadas dos pontos B e C são $M_B=100$ m, $P_B=200$ m, $M_C=268$ m, $P_C=296.50$ m e que os rumos dos segmentos AB e DC são, respectivamente, $25^{\circ} 30'$ e $283^{\circ} 30'$, calcule o raio da curva EC e as coordenadas dos pontos O_1 , O_2 e E (PCC).

10. É necessário ligar duas linhas de caminho de ferro paralelas utilizando uma curva reversa, tendo cada secção raio idêntico. Se a distância entre as linhas for igual a 30.00 m e sendo a distância entre os pontos de tangência igual a 120.00 m, qual é o raio dessas secções?

11. As duas linhas de metropolitano AB e CD devem ser ligadas através de uma curva reversa, tendo cada secção o mesmo raio. Sendo $R_{AB}=96^{\circ} 45'$ e $R_{CD}=105^{\circ} 30'$, $M_B=1125.66$ m, $P_B=1491.28$ m, $M_C=2401.37$ m, $P_C=650.84$ m, calcule o raio dessas secções.

12. Pretende-se efectuar a ligação entre os segmentos AB e CD através de uma curva reversa, sendo o raio de 1ª secção igual a 200 m, com início no ponto B. Dada a tabela seguinte, calcule o raio da 2ª secção.

	M (m)	P (m)
A	103.61	204.82
B	248.86	422.62
C	866.34	406.61
D	931.05	671.34

13. As duas tangentes AB e CD devem ser ligadas através de uma curva reversa em que as duas secções têm raio idêntico. Sendo $R_{CD}=20^\circ.2447$, calcule o raio da curva, sendo as coordenadas dos pontos:

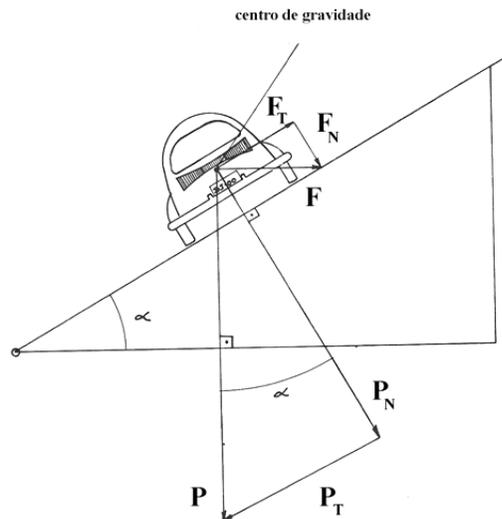
	M (m)	P (m)
A	21642.87	37160.36
B	21672.84	37241.62
C	21951.63	37350.44

14. As duas tangentes devem ser unidas através de uma curva reversa em que o raio da 1ª secção é igual a 180m; a partir das coordenadas seguintes calcule o raio da 2ª secção.

	M (m)	P (m)
A	93.249	184.338
B	223.974	380.358
C	779.706	365.949
D	837.945	604.206

15. Considere duas tangentes paralelas cuja distância é igual a 300 m e cujo rumo é igual a $12^\circ 00'$; estas tangentes devem ser ligadas através de uma curva reversa com início no ponto de tangência $A=T_1$ da tangente mais a W e terminando no ponto de tangência $C=T_2$ da tangente mais a E. A curva AB tem raio igual a 400 m e a curva BC tem raio igual a 270 m, sendo B o ponto de tangência comum a ambas as curvas. Calcule as coordenadas de B e C em relação a A, tomado como origem e os comprimentos das curvas AB e BC.

16. Sendo P o peso do veículo e $F=mv^2/R$ a força centrífuga (R é o raio da curva circular), deduza a equação de equilíbrio sem entrar em consideração com o atrito dos pneus com o pavimento; definindo a sobrelevação como $S=\tan \alpha$, obtenha a respectiva expressão. Considerando a força de atrito proporcional à componente do peso no plano normal ao movimento, onde f é o coeficiente de atrito, a sobrelevação pode ser diminuída. Calcule a sobrelevação a ser introduzida numa curva de raio $R=382$ m, admitindo a velocidade de projecto $v=108$ km/h, tanto para o caso de não ser considerado o atrito como no caso em que $f=0.16$, para valores de α pequenos.



17. Determinar a velocidade máxima para percorrer uma curva horizontal de raio $R=400\text{m}$ com uma sobrelevação $S=4\%$, supondo o coeficiente de atrito $f=0.15$.

18. Calcular a sobrelevação necessária numa curva de grau $D_a=11^\circ$ cuja velocidade máxima é $v=108\text{ km/h}$, considerando o coeficiente de atrito $f=0.15$.

19. Supondo que a velocidade de projecto para uma via rápida é $v=140\text{ km/h}$, calcular o raio mínimo de curva para não haver necessidade de introdução de sobrelevação nas curvas (supondo $f=0.11$).

20. Nas condições do exercício anterior, considerando o raio mínimo adoptado igual a $R=600\text{m}$, que coeficiente de atrito teria de ser utilizado?

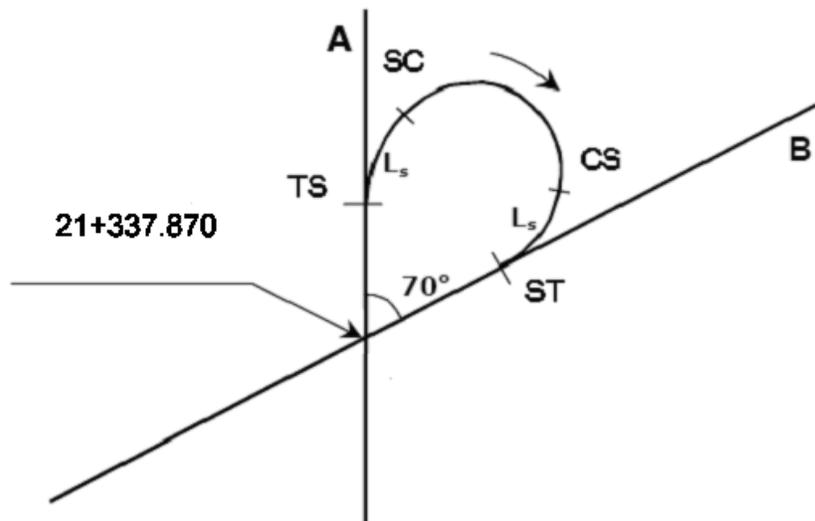
21. Indique a razão da utilização de clotóides como curvas de transição entre tangentes e arcos circulares. Pretende-se substituir as partes inicial e final de um arco circular de grau $D_a=26^\circ$ e ângulo de dupla deflexão $I=40^\circ$ por arcos de clotóide de comprimento igual a 75 metros. Sendo a quilometragem do ponto V de intersecção das tangentes ao arco circular original igual a $5+461.46$, obtenha a quilometragem dos pontos de transição TS, SC, CS e ST. Qual é o valor do comprimento da clotóide para o qual o comprimento do arco circular original se anula, sendo então a transição entre as duas tangentes efectuada apenas através de duas clotóides?

22. Considere uma curva circular tal que $I=53^\circ 30'$, $D_a=28^\circ 00'$ e $V=P.I.=3+014.14$. Para torna-la menos perigosa, pretende-se introduzir um arco de clotóide em cada uma das suas extremidades, de tal forma que a taxa de variação do grau da clotóide seja igual a $20^\circ 00'$ por cada 100 m. Obtenha a quilometragem dos pontos TS, SC, CS e ST.

23. Considere uma curva circular de 600 m de comprimento e com ângulo de dupla deflexão igual a $40^\circ 30'$, que estabelece a ligação entre duas tangentes. Esta curva deve ser substituída por uma outra, de tal forma que admita curvas de transição (clotóides) de 100 m de comprimento em cada extremidade. Sendo a quilometragem do ponto de intersecção igual a $1+790.040$, calcule a quilometragem dos pontos TS, SC, CS e ST e os elementos de implantação de cada troço de clotóide de - 25 em 25 m e nos restantes troços de 100 em 100 m (até ao ponto $1+800.000$).

24. Quais são as razões para a introdução de clotóides como curvas de transição entre tangentes e arcos circulares? Pretende-se substituir as partes inicial e final de um arco circular de grau $D_a=18^\circ$ e ângulo de dupla deflexão $I=44^\circ$ por arcos de clotóide de comprimento igual a 128.265 metros. Sendo a quilometragem do ponto V de intersecção das tangentes ao arco circular original igual a 15+225.853, obtenha a quilometragem dos pontos de transição TS, SC, CS e ST, assim como dos restantes pontos definidores das clotóides. Indique o procedimento a seguir no trabalho de campo. Qual é o valor do comprimento da clotóide para o qual o comprimento do arco circular original se anula, sendo então a transição entre as duas tangentes efectuada apenas através de duas clotóides?

25. Na curva em trevo representada na figura (que estabelece a ligação entre o cruzamento desnivelado das duas tangentes A e B) tem-se $R_c = 50.000$ m, $L_s = 60.000$ m, sendo a quilometragem da estaca no cruzamento das tangentes A e B igual a 21+337.872 m. Calcule a quilometragem dos pontos TS, SC, CS e ST e das estacas múltiplas de 25 m, assim como os respectivos elementos de implantação. Represente graficamente ($lv=1$, $wt=0$, $co=0$, $lc=2$ para elementos de construção, $lc=0$ para restantes elementos) a situação inicial (ligação entre as tangentes através de um arco circular único de raio R_c) e a situação final ($lv=2$, $wt=0$, $co=g$, $lc=2$ para elementos de construção, $lc=0$ para restantes elementos) onde foram introduzidas clotóides como curvas de transição, preservando parte do arco original.



26. Considere uma curva circular de uma dada via rápida cujo ângulo de dupla deflexão é igual a 50° . Com o objectivo de evitar acidentes, pretende-se diminuir a respectiva curvatura de tal forma que se verifique a condição $56m \leq T \leq 60m$, mantendo inalterado o valor do ângulo de dupla deflexão. Determine um valor inteiro para D_a que satisfaça essa especificação (existindo vários valores possíveis, escolha aquele que minimize a curvatura) e calcule os parâmetros de implantação (ângulo de deflexão e comprimento da corda) da curva, supondo $V=2843.980$ (estacas de 25 em 25m). Indique o procedimento a seguir no trabalho de campo. Nos cálculos, utilize 3 casas decimais nos valores lineares e 4 casas decimais nos valores angulares. Interprete geometricamente o problema. Embora o número de acidentes tenha baixado após a realização das obras anteriores, pretende-se tornar o traçado ainda mais seguro, substituindo a totalidade da nova curva circular por 2 arcos de clotóides. Calcule os elementos de implantação (ângulo de deflexão e comprimento da corda) da primeira de clotóide (estacas de 25 em 25 m).

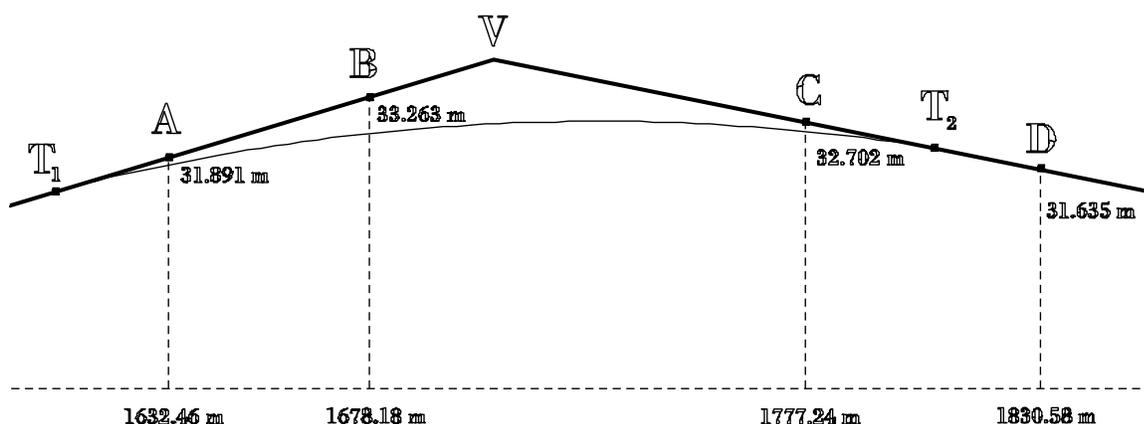
27. Calcule as cotas de 50 em 50 metros ao longo da curva parabólica vertical de amplitude igual a 500 m que estabelece a transição entre os dois segmentos, de declives $d_1=1.50\%$ e $d_2=-3.50\%$, sabendo que a cota do ponto de intersecção dos segmentos citados é igual a 850.85 m. Identifique cada uma das parcelas que constituem a cota de um ponto. Localize o ponto de cota máxima ao longo da curva.

28. Numa estrada, um segmento rectilíneo de declive 2.5% é sucedido à quilometragem 0+364.370 m e à cota 50.360 m por um outro segmento rectilíneo de declive -2.0% . Pretendendo-se unir os troços citados por uma curva parabólica de 120 m de comprimento, calcule a taxa de variação do gradiente sobre essa curva vertical, assim como a quilometragem e a cota dos pontos de tangência e do ponto de cota máxima sobre a curva.

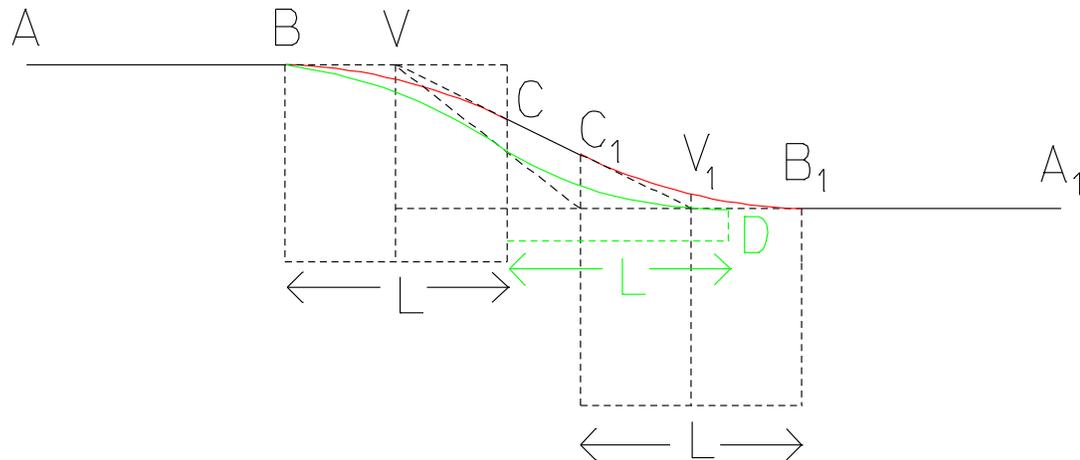
29. Uma tangente com declive negativo de 6% é seguida por outra tangente com declive positivo de 1%. A quilometragem do ponto V de intersecção entre essas tangentes é igual a 2010.00 m e a respectiva cota é igual a 58.62 m. Pretende-se efectuar a transição entre as 2 tangentes através de uma curva parabólica vertical com comprimento não inferior a 250 m, de tal forma que no ponto P à quilometragem 2180.00 m a cota da curva seja igual a 61.61 m. Calcule o comprimento da curva e a quilometragem do ponto de cota mais baixa da curva.

30. Para a execução de um projecto de rectificação de um troço de uma estrada, foram identificados sobre a faixa de rodagem existente os seguintes pontos A, B, C e D (quilometragem e cota). Se a curva parabólica de transição vertical for projectada de forma que a respectiva taxa de variação do declive (d^2y/dx^2) seja igual a -2.5×10^{-4} , calcule:

- a) o comprimento da curva.
- b) a quilometragem e cota do ponto V.
- c) a quilometragem e cota dos pontos T_1 e T_2 de tangência entre a nova curva e as tangentes.
- d) a cota das estacas sobre a curva de 25 em 25 m.
- e) a quilometragem e a cota do ponto de maior cota sobre a curva de transição.



31. A curva parabólica vertical BC estabelece a concordância entre o segmento horizontal AB e a rampa VCC_1V_1 , cujo declive é igual a -50% ; da mesma forma, a curva parabólica vertical C_1B_1 estabelece a concordância entre a rampa VCC_1V_1 e o segmento horizontal B_1A_1 . Sendo o comprimento do segmento CC_1 igual a 5.591m e $A(0,0)$, $B(17.5,0)$, $V(25,0)$ as coordenadas em metros, calcule as coordenadas dos pontos C, C_1 e B_1 . Suponha que, por razões de projecto, é necessário recuar o ponto de concordância B_1 para o ponto D, o que se traduz na adopção de uma rampa com declive igual a -80% ; utilizando duas curvas parabólicas com desenvolvimento L (neste caso o segmento CC_1 anula-se), calcule a distância DB_1 e a cota do ponto de união das duas curvas.



Bibliografia:

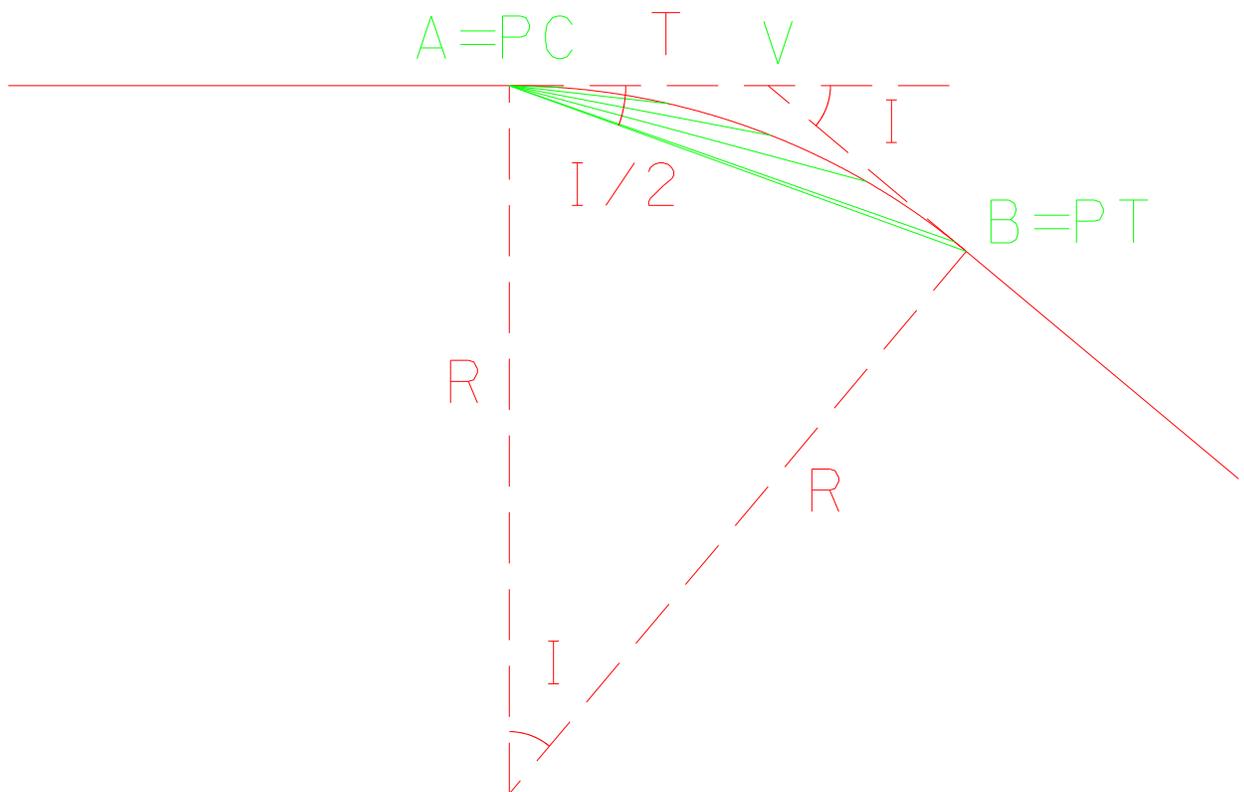
- Surveying. Theory and Practice. Davis, Foote, Anderson, Mikhail. McGraw-Hill
- Advanced Engineering Surveying. Shepherd F. A.. Edward Arnold Ed.
- Normas Gerais de Projecto para as Auto-Estradas Portuguesas-Norma 13-Projectos de Expropriações. Brisa
- Normas de Traçado, JAE
- Tratado da clotóide. Lin Ruey-Chieh. Hemus
- Vias de Comunicação-Estradas. António Lemonde de Macedo. IST
- Vias de Comunicação. Jorge Paulino Pereira. IST
- Transportation Engineering-An introduction. Khisty C. J., Lall B. K.. Prentice Hall
- Highway Engineering. Babkov V. F.. Mir
- Engineering Surveying. Schofield W.. Butterworth-Heinemann
- Topografia e astronomia de posição para engenheiros e arquitetos. Domingues F. A.A.. McGraw-Hill
- Geomatics. Kavanagh B. F.. Prentice Hall.
- Exercícios de topografia. Alberto de Campos Borges. ABDR
- Estudo e concepção de estradas. Fernando M. M. Figueira. Almedina.

1. $D_a=1^\circ, R = \frac{36000}{2\pi D_a} = 5729.578 \text{ m}; D_a=5^\circ, R = \frac{36000}{2\pi D_a} = 1145.916 \text{ m};$

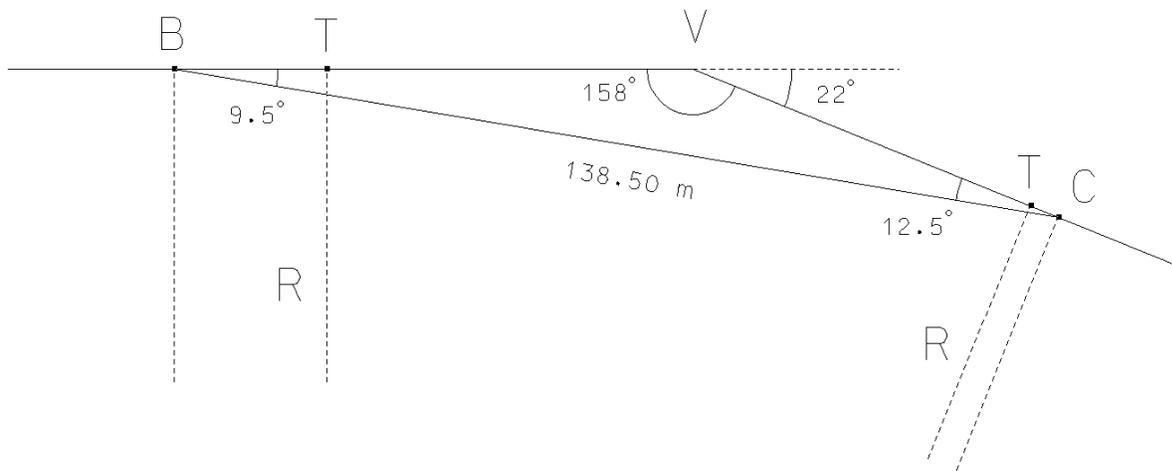
2. $D_c=35^\circ, I=40^\circ, R = \frac{50}{\sin \frac{D_c}{2}} = 166.275 \text{ m}, T = R \tan \frac{I}{2} = 60.519 \text{ m}, PC=V-T=5162.391 \text{ m}, s=RI=116.082 \text{ m}$

Estação: PC

Estaca	s	$\theta=s/R (\times 180^\circ/\pi)$	$d=\theta/2$	$c=2R \sin(\theta/2)$
5175	$s=5175-5162.391=12.609 \text{ m}$	$\theta=4^\circ.3449$	$d=2^\circ.1725$	$c=12.606 \text{ m}$
5200	$s=5200-5162.391=37.609 \text{ m}$	$\theta=12^\circ.9595$	$d=6^\circ.4798$	$c=37.529 \text{ m}$
5225	$s=5225-5162.391=62.609 \text{ m}$	$\theta=21^\circ.5741$	$d=10^\circ.7871$	$c=62.240 \text{ m}$
5250	$s=5250-5162.391=87.609 \text{ m}$	$\theta=30^\circ.1887$	$d=15.0944$	$c=86.599 \text{ m}$
5275	$s=5275-5162.391=112.609 \text{ m}$	$\theta=38^\circ.8033$	$d=19.4017$	$c=110.469 \text{ m}$
PT=5278.473	$s=116.082 \text{ m}$	$\theta=40^\circ.0000$	$d=20^\circ.0000$	$c=113.739 \text{ m}$



3.

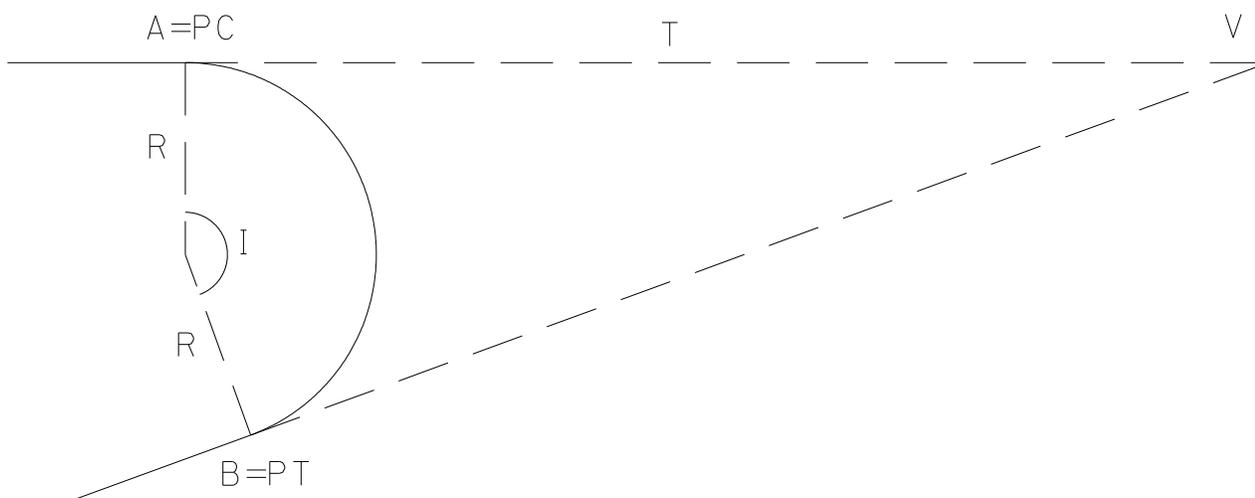


Pela analogia dos senos, tem-se $\frac{\sin 12.5^\circ}{VB} = \frac{\sin 9.5^\circ}{VC} = \frac{\sin 158^\circ}{138.50}$, donde $VB=80.02$ m, $VC=61.02$ m.

Por outro lado, $VT = 290 \times \tan 11^\circ = 56.37$ m.

Então: $BT=VB-VT=23.65$ m, $CT=VC-VT=4.65$ m, o que permite localizar os pontos de tangência.

4. $I=160^\circ$, $V=9820.570$ m, $PC=9127.080$ m, $T=V-PC=693.490$ m, $R = \frac{T}{\tan \frac{I}{2}} = 122.281$ m, $s=RI=341.473$ m



Estação: PC

Estaca	s	$\theta=s/R (x180^\circ/\pi)$	$d=\theta/2$	$c=2R \sin(\theta/2)$
9150	$s=9150-9127.080=22.920$ m	$\theta=10^\circ.7394$	$d=5^\circ.3697$	$c=22.887$ m
9175	$s=9175-9127.080=47.920$ m	$\theta=22^\circ.4533$	$d=11^\circ.2267$	$c=47.614$ m
9200	$s=9200-9127.080=72.920$ m	$\theta=34^\circ.1673$	$d=17^\circ.0837$	$c=71.845$ m
9225	$s=9225-9127.080=97.920$ m	$\theta=45^\circ.8812$	$d=22^\circ.9406$	$c=95.325$ m
9250	$s=9250-9127.080=122.920$ m	$\theta=57^\circ.5952$	$d=28^\circ.7976$	$c=117.810$ m
9275	$s=9275-9127.080=147.920$ m	$\theta=69^\circ.3091$	$d=34^\circ.6546$	$c=139.065$ m
9300	$s=9300-9127.080=172.920$ m	$\theta=81^\circ.0231$	$d=40^\circ.5116$	$c=158.868$ m
9325	$s=9325-9127.080=197.920$ m	$\theta=92.7371$	$d=46^\circ.3686$	$c=177.012$ m
9350	$s=9350-9127.080=222.920$ m	$\theta=104^\circ.4510$	$d=52^\circ.2255$	$c=193.309$ m
9375	$s=9375-9127.080=247.920$ m	$\theta=116^\circ.1650$	$d=58^\circ.0825$	$c=207.587$ m
9400	$s=9400-9127.080=272.920$ m	$\theta=127^\circ.8789$	$d=63^\circ.9395$	$c=219.698$ m
9425	$s=9425-9127.080=297.920$ m	$\theta=139^\circ.5930$	$d=69^\circ.7965$	$c=229.515$ m
9450	$s=9450-9127.080=322.920$ m	$\theta=151.3069$	$d=75^\circ.6535$	$c=236.935$ m
PT=9468.553	$s=341.473$ m	$\theta=160^\circ.0000$	$d=80^\circ.0000$	$c=240.847$ m

Procedimento de campo: estaciona-se em PC, aponta-se para V, reitera-se o limbo azimutal a zero, introduz-se o ângulo d e nessa direcção, à distância d crava-se a estaca respectiva.

5. Ângulo de dupla deflexão (I): 104.6004 graus

Comprimento da tangente (T): 617.772 m

Comprimento da corda PC,PT (C): 755.565 m

Comprimento da secante exterior (E): 303.313 m

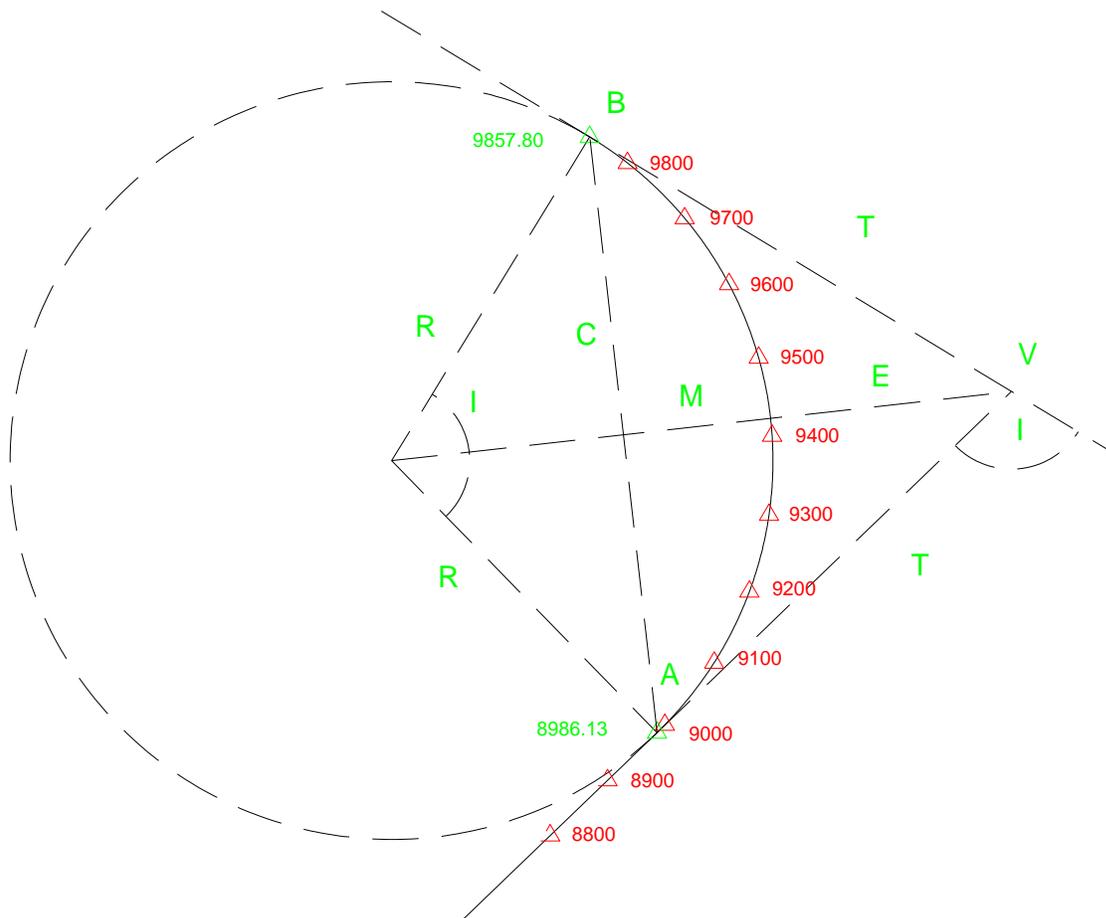
Comprimento da secante interior (M): 185.483 m

Estação: km 8986.130 (PC)

km	deflexão	arco	corda
9000	0°.8322	13.870 m	13.870 m
9100	6°.8322	113.870 m	113.600 m
9200	12°.8322	213.870 m	212.087 m
9300	18°.8322	313.870 m	308.249 m
9400	24°.8322	413.870 m	401.034 m
9500	30°.8322	513.870 m	489.426 m
9600	36°.8322	613.870 m	572.455 m
9700	42°.8322	713.870 m	649.212 m
9800	48°.8322	813.870 m	718.857 m
PT=9857.800	52°.3002	871.670 m	755.565 m

Estação: km 9400.000

km	deflexão	arco	corda
9500	6°.0000	100.000 m	99.817 m
9600	12°.0000	200.000 m	198.541 m
9700	18°.0000	300.000 m	295.089 m
9800	24°.0000	400.000 m	388.405 m
PT=9857.800	27°.4680	457.800 m	440.464 m



```

c      Calculo dos parametros (distancia sobre a corda ate a estacao,
c      angulo de deflexao entre a direccao da tangente a curva e a direccao
c      da corda) para a piquetagem de uma curva circular

real*8 Da,PC,PT,ang_centro,deflexao,arco,corda,increm,estaca,raio
real*8 pi,T,C,M,E,aux,aux1,aux2,aux3
character*1 opcao

open (100,file='d:\topo\aplic\17-8.dat') !ficheiro de saida

pi=4.0*atan(1.0)

Da=12.0 !grau da curva em graus
PC=8986.13 !ponto de curva
PT=9857.80 !ponto de tangente
increm=100.0 !distancia entre estacas

raio=36000.0/(2.0*pi*Da) !raio da curva

arco=PT-PC
ang_centro=arco/raio
deflexao=ang_centro/2.0
    
```

```

T=raio*tan(deflexao)
C=2.0*raio*sin(deflexao)
M=raio*(1.0-cos(deflexao))
E=raio*(1.0/cos(deflexao)-1.0)

write (100,*) '*****'
write (100,*) ' ARCO CIRCULAR '
write (100,*) '*****'
write (100,*)

write (*,*) '*****'
write (*,*) ' ARCO CIRCULAR '
write (*,*) '*****'
write (*,*)

write (100,11) 'Angulo de dupla deflexao (I):',ang_centro*180.0/pi
+,'graus'
write (100,117) 'Comprimento da tangente (T):',T,'m'
write (100,118) 'Comprimento da corda PC,PT (C):',C,'m'
write (100,119) 'Comprimento da secante exterior (E):',E,'m'
write (100,120) 'Comprimento da secante interior (M):',M,'m'
write (100,*)

write (*,11) 'Angulo de dupla deflexao (I):',ang_centro*180.0/pi,
+,'graus'
11 format (a31,f9.4,a6)
write (*,117) 'Comprimento da tangente (T):',T,'m'
117 format (a30,f7.2,a2)
write (*,118) 'Comprimento da corda PC,PT (C):',C,'m'
118 format (a33,f7.2,a2)
write (*,119) 'Comprimento da secante exterior (E):',E,'m'
119 format (a38,f7.2,a2)
write (*,120) 'Comprimento da secante interior (M):',M,'m'
120 format (a38,f7.2,a2)

write (100,*)
write (*,*)

pause

write (100,*) ' ..... Piquetagem da directriz.....'
write (100,*)
write (*,*) ' ..... Piquetagem da directriz .....'
write (*,*)

write (100,114) ' Estacao: km', PC !km do ponto estacao (PC)
114 format (a20,f9.2)
write (100,*)

write (*,114) ' Estacao: km', PC
write (*,*)

write (100,*) ' km deflexao arco corda'
write (100,*)

write (*,*) ' km deflexao arco corda'
write (*,*)

estaca=9000.0 !primeira estaca a seguir ao ponto estacao
do while (estaca.le.9800)
arco=estaca-PC !comprimento do arco circular
ang_centro=arco/raio !angulo ao centro correspondente
deflexao=ang_centro/2.0 !angulo de deflexao correspondente
corda=2.0*raio*sin(deflexao) !corda correspondente
write (100,115) int(estaca),deflexao*180.0/pi,arco,corda
write (*,115) int(estaca),deflexao*180.0/pi,arco,corda
115 format (i6,4x,f8.4,2x,f7.2,2x,f7.2)
estaca=estaca+increm
end do
    
```

```

arco=PT-PC !angulo de dupla deflexao
ang_centro=arco/raio
deflexao=ang_centro/2.0
corda=2.0*raio*sin(deflexao)
write (100,116) PT,deflexao*180.0/pi,arco,corda
write (*,116) PT,deflexao*180.0/pi,arco,corda
116 format (f9.2,1x,f8.4,2x,f7.2,2x,f7.2)

write (100,*)
write (*,*)

write (*,'(a)') ' E necessario estacionar sobre a curva (S/N)? '
read (*,'(a)') opcao
if (opcao.eq.'S'.or.opcao.eq.'s') then
  write (*,*)
  write (*,'(a)') ' km da estacao auxiliar? '
  read (*,*) aux
  arco=aux-PC
  ang_centro=arco/raio
  deflexao=ang_centro/2.0
  corda=2.0*raio*sin(deflexao)
  write (100,*)
  write (100,116) aux,deflexao*180.0/pi,arco,corda
  write (100,*)
  write (*,*)
  write (*,116) aux,deflexao*180.0/pi,arco,corda
  write (*,*)
  write (100,114) '      Estacao: km', aux !km do ponto estacao (PC)
  write (100,*)
  write (*,114) '      Estacao: km', aux
  aux1=int(aux)*1.0 !
  aux2=aux1/100.0
  aux3=(aux2-int(aux2))*100.0
  estaca=aux1+(100.0-aux3)
  write (100,*)
  write (*,*)
  write (100,*) ' km  deflexao arco corda'
  write (100,*)
  write (*,*) ' km  deflexao arco corda'
  write (*,*)
  do while (estaca.le.9800)
    arco=estaca-aux
    ang_centro=arco/raio
    deflexao=ang_centro/2.0
    corda=2.0*raio*sin(deflexao)
    write (100,115) int(estaca),deflexao*180.0/pi,arco,corda
    write (*,115) int(estaca),deflexao*180.0/pi,arco,corda
    estaca=estaca+incem
  end do
  arco=PT-aux !angulo de dupla deflexao
  ang_centro=arco/raio
  deflexao=ang_centro/2.0
  corda=2.0*raio*sin(deflexao)
  write (100,116) PT,deflexao*180.0/pi,arco,corda
  write (*,116) PT,deflexao*180.0/pi,arco,corda
else
  continue
end if

write (*,*)

end

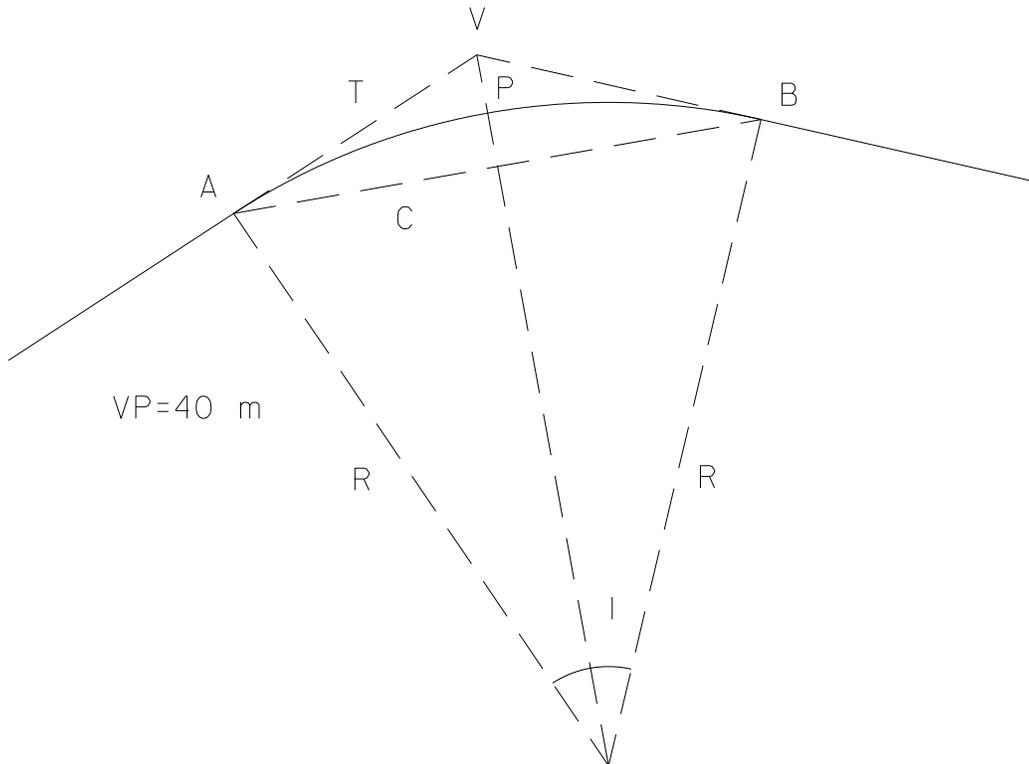
```

6.

$$\begin{cases} \cos \frac{I}{2} = \frac{R}{OV} \Rightarrow OV = \frac{R}{\cos \frac{I}{2}} \\ OV = R + 40 \end{cases} \Rightarrow \frac{R}{\cos \frac{I}{2}} - R = R \left(\frac{1}{\cos \frac{I}{2}} - 1 \right) = 40 \Rightarrow R = \frac{40}{\frac{1}{\cos \frac{46.6667}{2}} - 1} = 449.094 \text{ m}$$

$$\tan \frac{I}{2} = \frac{T}{R} \Rightarrow T = R \tan \frac{I}{2} = 193.720 \text{ m}$$

$$\sin \frac{I}{2} = \frac{C}{2R} \Rightarrow C = 2R \sin \frac{I}{2} = 355.754 \text{ m}$$



$$7. \quad I_1=20^\circ; D_{c1}=7^\circ \Rightarrow R_1 = \frac{50}{\sin \frac{7}{2}} = 819.020 \text{ m}; s_1 = R_1 I_1 \pi / 180^\circ = 285.892 \text{ m}$$

$$I_2=50^\circ; D_{a2}=11^\circ \Rightarrow R_2 = \frac{36000}{2 \pi D_{a2}} = 520.871 \text{ m}; s_2 = R_2 I_2 \pi / 180^\circ = 454.546 \text{ m}$$

$$V=6725.250 \text{ m}$$

$$T_L = R_1 \tan \frac{I_1}{2} + \left(R_1 \tan \frac{I_1}{2} + R_2 \tan \frac{I_2}{2} \right) \frac{\sin I_2}{\sin I} = 460.146 \text{ m}$$

$$PC=V-T_L=6265.104 \text{ m}$$

$$PCC=PC+s_1=6550.996 \text{ m}$$

$$PT=PCC+s_2=7005.542 \text{ m}$$

Estação: PC

Estaca	s	$\theta=s/R_1$	$d=\theta/2$	$c=2R_1 \sin d$
6300	$s=6300-6265.104=34.896$ m	$\theta=2^\circ.4412$	$d=1^\circ.2206$	$c=34.893$ m
6400	$s=6400-6265.104=134.896$ m	$\theta=9^\circ.4369$	$d=4^\circ.7185$	$c=134.746$
6500	$s=6500-6265.104=234.896$ m	$\theta=16^\circ.4325$	$d=8^\circ.2163$	$c=234.093$
6550.996	$s=285.892$ m	$\theta=20^\circ.0000$	$d=10^\circ.0000$	$c=284.443$

Procedimento: estacionar em PC, orientar a estação total segundo a tangente anterior, a partir das estacas já existentes, reiterar o limbo azimutal a 180°, rodar o limbo 180°, estando desta forma a estação total orientada segundo a tangente à 1ª curva para a frente em PC, sendo assim possível introduzir os ângulos de deflexão que, com a distância (horizontal) correspondente, permitem materializar as estacas definidoras da 1ª curva.

Estação: PCC

Estaca	s	$\theta=s/R_2$	$d=\theta/2$	$c=2R_2 \sin d$
6600	$s=6600-6550.996=49.004$ m	$\theta=5^\circ.3904$	$d=2^\circ.6952$	$c=48.986$ m
6700	$s=6700-6550.996=149.004$ m	$\theta=16^\circ.3904$	$d=8^\circ.1952$	$c=148.496$ m
6800	$s=6800-6550.996=249.004$ m	$\theta=27^\circ.3904$	$d=13^\circ.6952$	$c=246.639$ m
6900	$s=6900-6550.996=349.004$ m	$\theta=38^\circ.3904$	$d=19^\circ.1952$	$c=342.512$ m

Procedimento: estacionar em PCC, apontar para PC, reiterar o limbo azimutal a 0°, rodar a luneta 10°.0000, reiterar a 180°, rodar a luneta 180°, definindo desta forma a direcção da tangente à 2ª curva para a frente em PCC, materializando então as estacas definidoras da 2ª curva.

Estação: 6900

Estaca	s	$\theta=s/R_2$	$d=\theta/2$	$c=2R_2 \sin d$
7000	$s=7000-6900=100.000$ m	$\theta=11^\circ.0000$	$d=5.5000$	$c=99.847$ m
7005.542	$s=7005.542-6900=105.542$ m	$\theta=11^\circ.6096$	$d=5.8048$	$c=105.361$ m

Procedimento: estacionar na estaca 6900, apontar para PCC, reiterar a 0°, rodar a luneta 19°.1952, reiterar a 180°, rodar a luneta 180°, obtendo-se assim a direcção da tangente à 2ª curva em 6900 para a frente, materializando então as restantes estacas definidoras da 2ª curva.

9. $R_1=200 \text{ m}; M_B=100 \text{ m}; P_B=200 \text{ m}; M_C=268 \text{ m}; P_C=296.50 \text{ m}$

$$R_{AB} = 25^\circ 30' \Rightarrow R_{BA} = 205^\circ 30' = 205^\circ.5000$$

$$R_{DC} = 283^\circ 30' \Rightarrow R_{CD} = 103^\circ 30' = 103^\circ.5000$$

$$R_{BC} = a \tan \frac{M_C - M_B}{P_C - P_B} = 60^\circ.1267$$

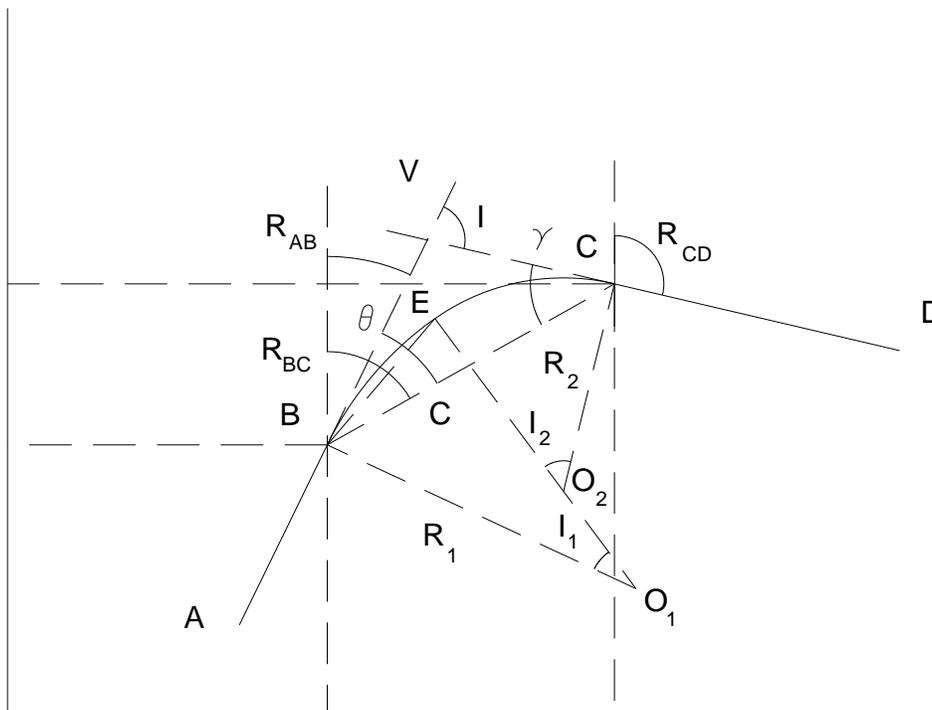
$$\theta = R_{BC} - R_{AB} = 34^\circ.6268$$

$$\gamma = R_{DC} - R_{CB} = 43^\circ.3737$$

do triângulo BVC, $\theta + \gamma + 180^\circ - I = 180^\circ \Rightarrow I = \theta + \gamma = 78^\circ.0005$

a corda BC é igual a $C = \sqrt{(M_C - M_B)^2 + (P_C - P_B)^2} = 193.743 \text{ m}$

do triângulo BVC tem-se $\frac{C}{\sin(180^\circ - I)} = \frac{T_L}{\sin \gamma} = \frac{T_R}{\sin \theta} \Rightarrow \begin{cases} T_L = 136.025 \text{ m} \\ T_R = 112.550 \text{ m} \end{cases}$



para calcular R_2 tem-se:

$$\begin{cases} T_R = \frac{R_1 - R_2 \cos I - (R_1 - R_2) \cos I_1}{\sin I} \\ T_L = R_2 \sin I + (R_1 - R_2) \sin I_1 - T_R \cos I \end{cases}$$

$$T_R \sin I - R_1 + R_2 \cos I = -(R_1 - R_2) \cos I_1 \Rightarrow \cos I_1 = \frac{R_1 - R_2 \cos I - T_R \sin I}{R_1 - R_2}$$

$$\sin I_1 = \sqrt{1 - \cos^2 I_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{R_1 - R_2 \cos I - T_R \sin I}{R_1 - R_2} \right)^2} = \sqrt{\frac{(R_1 - R_2)^2 - (R_1 - R_2 \cos I - T_R \sin I)^2}{(R_1 - R_2)^2}} =$$

$$\frac{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 - R_1^2 - R_2^2 \cos^2 I - T_R^2 \sin^2 I + 2R_1T_R \sin I + 2R_1R_2 \cos I - 2T_RR_2 \sin I \cos I}}{R_1 - R_2} =$$

$$\frac{\sqrt{(1 - \cos^2 I)R_2^2 + (2R_1 \cos I - 2R_1 - 2T_R \sin I \cos I)R_2 + (2R_1T_R \sin I - T_R^2 \sin^2 I)}}{R_1 - R_2} =$$

$$\frac{\sqrt{\sin^2 I R_2^2 + 2(R_1 \cos I - R_1 - T_R \sin I \cos I)R_2 + (2R_1 - T_R \sin I)T_R \sin I}}{R_1 - R_2}$$

$$T_L = R_2 \sin I + (R_1 - R_2) \frac{\sqrt{\sin^2 I R_2^2 + 2(R_1 \cos I - R_1 - T_R \sin I \cos I)R_2 + (2R_1 - T_R \sin I)T_R \sin I}}{R_1 - R_2} - T_R \cos I$$

$$T_L - R_2 \sin I + T_R \cos I = \sqrt{\sin^2 I R_2^2 + 2(R_1 \cos I - R_1 - T_R \sin I \cos I)R_2 + (2R_1 - T_R \sin I)T_R \sin I}$$

$$(T_L + T_R \cos I)^2 + R_2^2 \sin^2 I - 2R_2(T_L + T_R \cos I) \sin I = R_2^2 \sin^2 I + 2R_2(R_1 \cos I - R_1 - T_R \sin I \cos I) + T_R \sin I(2R_1 - T_R \sin I)$$

$$(T_L + T_R \cos I)^2 + T_R \sin I(2R_1 - T_R \sin I) = R_2(2(R_1 \cos I - R_1 - T_R \sin I \cos I) + 2(T_L + T_R \cos I) \sin I)$$

$$R_2 = \frac{(T_L + T_R \cos I)^2 - T_R \sin I(2R_1 - T_R \sin I)}{2(R_1 \cos I - R_1 - T_R \sin I \cos I) + 2(T_L + T_R \cos I) \sin I} = 128.123 \text{ m}$$

para calcular I_1 e I_2 tem-se:

$$(R_1 - R_2) \sin I_1 = T_R \cos I + T_L - R_2 \sin I$$

$$\sin I_1 = \frac{T_R \cos I + T_L - R_2 \sin I}{R_1 - R_2} \Rightarrow I_1 = 28^\circ.5111 \Rightarrow I_2 = 49^\circ.4894$$

$$R_{BO_1} = R_{AB} + 90^\circ = 115^\circ.5$$

$$M_{O_1} = M_B + R_1 \sin R_{BO_1} = 280.517 \text{ m}$$

$$P_{O_1} = P_B + R_1 \cos R_{BO_1} = 113.898 \text{ m}$$

$$R_{CO_2} = R_{CD} + 90^\circ = 193^\circ.5$$

$$M_{O_{21}} = M_C + R_2 \sin R_{CO_{21}} = 238.090\text{m}$$

$$P_{O_2} = P_C + R_2 \cos R_{CO_2} = 171.917 \text{ m}$$

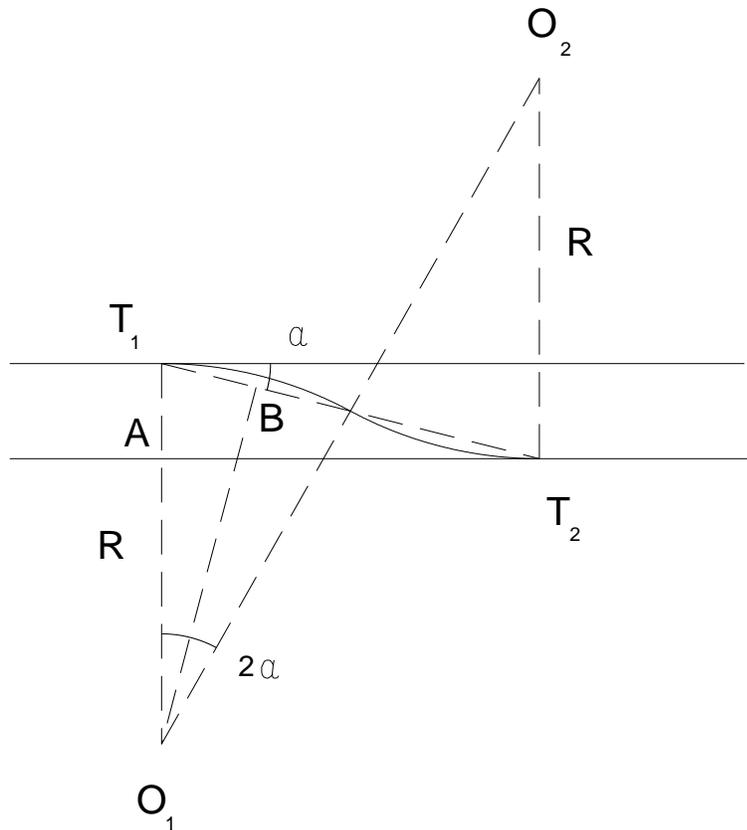
$$\overline{AE} = 2R_1 \sin \frac{I_1}{2} = 98.499 \text{ m}$$

$$R_{BE} = R_{AB} + \frac{I_1}{2} = 39^\circ.7556$$

$$M_E = M_B + \overline{AE} \sin R_{BE} = 162.992 \text{ m}$$

$$P_E = P_B + \overline{AE} \cos R_{BE} = 275.724 \text{ m}$$

10. $\overline{T_1A} = 30.00 \text{ m}$; $\overline{T_1T_2} = 120.00 \text{ m}$



$$\text{do } \Delta T_1AT_2 \text{ tem-se } \sin \alpha = \frac{\overline{T_1A}}{\overline{T_1T_2}} = \frac{30.00}{120.00}; \text{ do } \Delta T_1BO_1 \text{ tem-se } \sin \alpha = \frac{\overline{T_1T_2}}{R} \Rightarrow R = \frac{120}{\frac{4}{30}} = 120.00 \text{ m}$$

11. $\overline{T_1 T_2} = \sqrt{(M_B - M_C)^2 + (P_B - P_C)^2} = 1527.66992 \text{ m}$

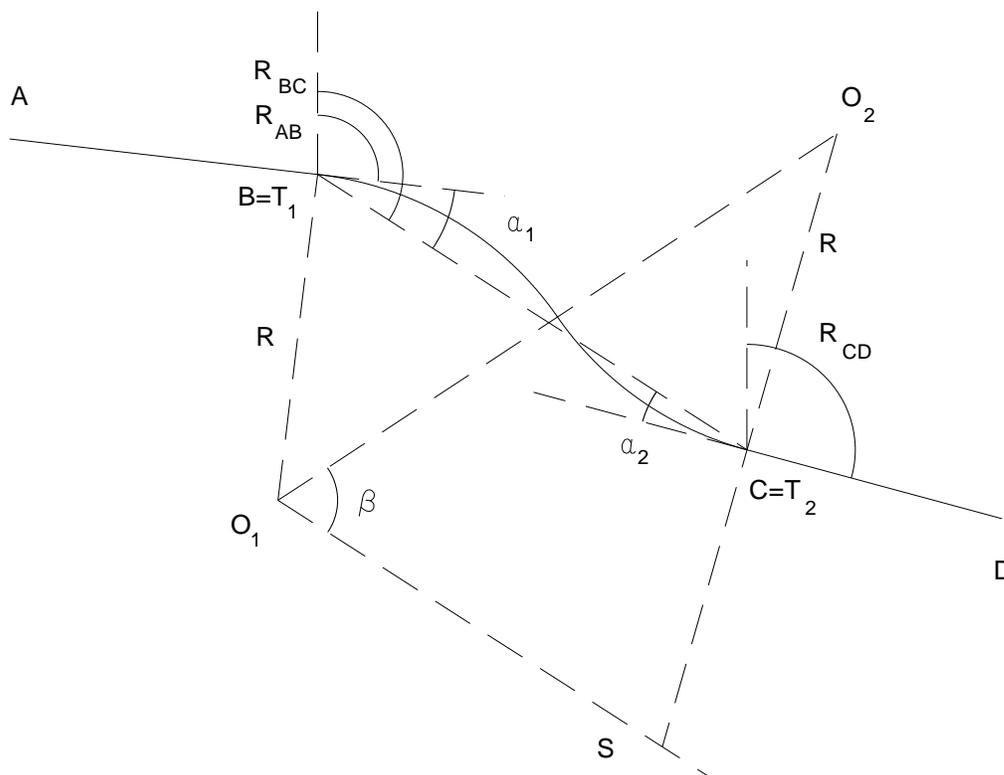
$$R_{BC} = a \tan \frac{M_C - M_B}{P_C - P_B} = 123^\circ.376962$$

$$\alpha_1 = R_{BC} - R_{AB} = 26^\circ.626962$$

$$\alpha_2 = R_{CB} - R_{DC} = 17^\circ.876962$$

$$\beta = a \sin \left(\frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{2} \right) = 67^\circ.343479$$

$$R = \frac{\overline{T_1 T_2}}{2 \cos \beta + \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2} = 1001.379 \text{ m}$$



12. $R_1 = 200 \text{ m,}$

$$R_{AB} = a \tan \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} = 33^\circ.6992$$

$$R_{CD} = a \tan \frac{M_D - M_C}{P_D - P_C} = 13^\circ.7359$$

$$R_{BC} = a \tan \frac{M_C - M_B}{P_C - P_B} = 91^\circ.4852$$

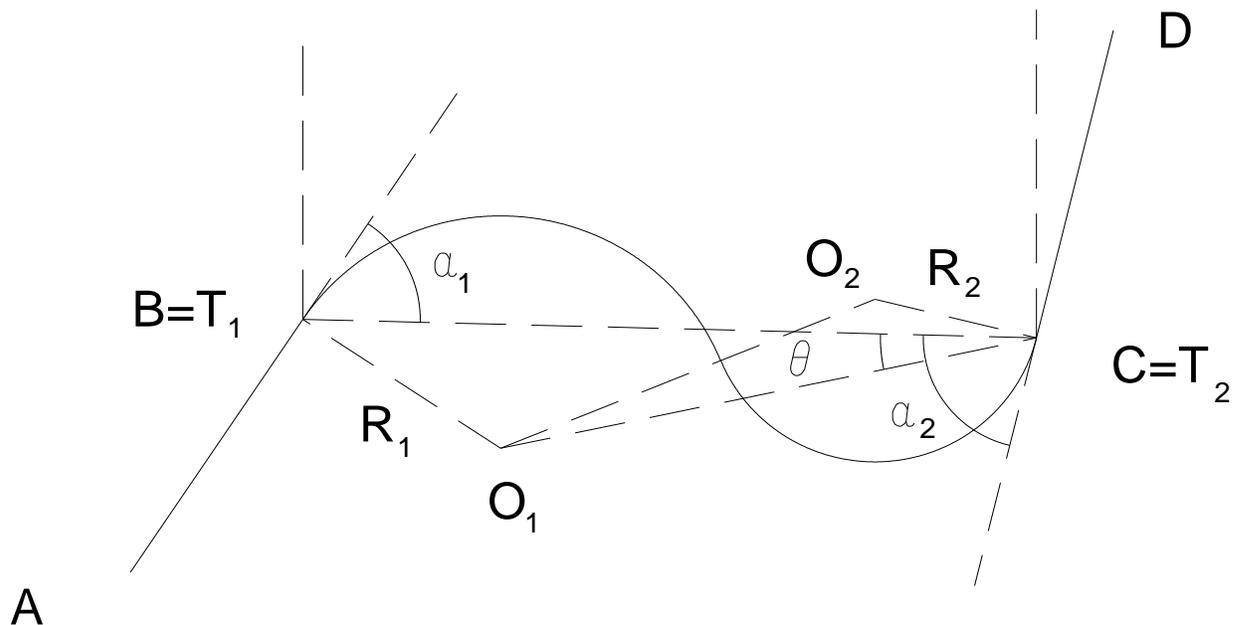
$$\overline{BC} = \sqrt{(M_C - M_B)^2 + (P_C - P_B)^2} = 617.688 \text{ m}$$

$$\alpha_1 = R_{BC} - R_{AB} = 57^\circ.7860$$

$$\alpha_2 = R_{CB} - R_{DC} = 77^\circ.7493$$

$$\theta = a \tan \frac{R_1 \cos \alpha_1}{\overline{BC} - R_1 \sin \alpha_1} = 13^\circ.3728$$

$$R_2 = \frac{R_1 (\cos^2 \alpha_1 - \sin^2 \theta)}{2 \sin \theta (\sin \theta + \cos \alpha_1 \sin(\alpha_2 - \theta))} = 140.095$$



13. $R_{CD} = 20^\circ.2447$

$$\overline{BC} = \overline{T_1 T_2} = \sqrt{(M_C - M_B)^2 + (P_C - P_B)^2} = 299.275 \text{ m}$$

$$R_{BC} = a \tan \frac{M_C - M_B}{P_C - P_B} = 68^\circ.6778$$

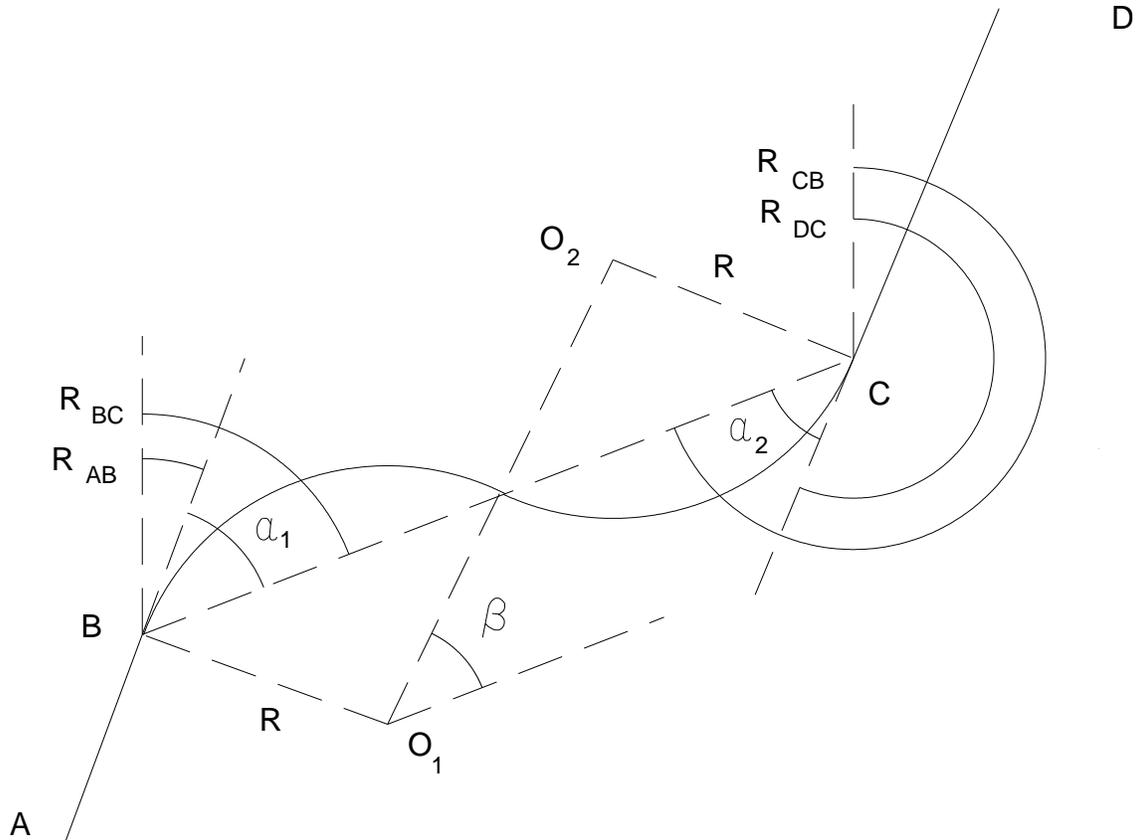
$$R_{AB} = a \tan \frac{M_B - M_A}{P_B - P_A} = 20^\circ.2448$$

$$\alpha_1 = R_{BC} - R_{AB} = 48^\circ.4330$$

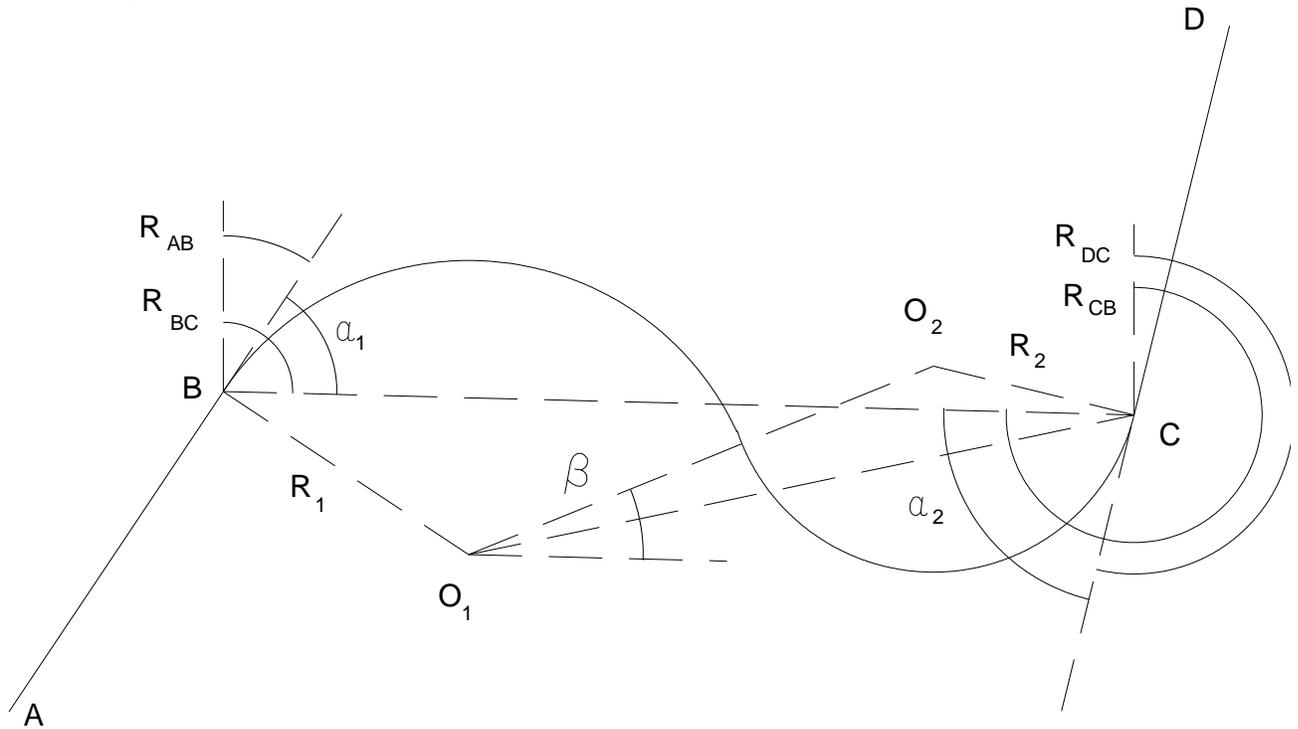
$$\alpha_2 = R_{CB} - R_{DC} = 48^\circ.4331$$

$$\beta = a \sin \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{2} = 41^\circ.5669$$

$$R = \frac{\overline{BC}}{2 \cos \beta + \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2} = 100.001 \text{ m}$$



14. $R_1=180$ m



$$R_{AB} = 33^\circ.6989$$

$$R_{BC} = 91^\circ.4852$$

$$\alpha_1 = 57^\circ.7863$$

$$R_{DC} = 193^\circ.7360$$

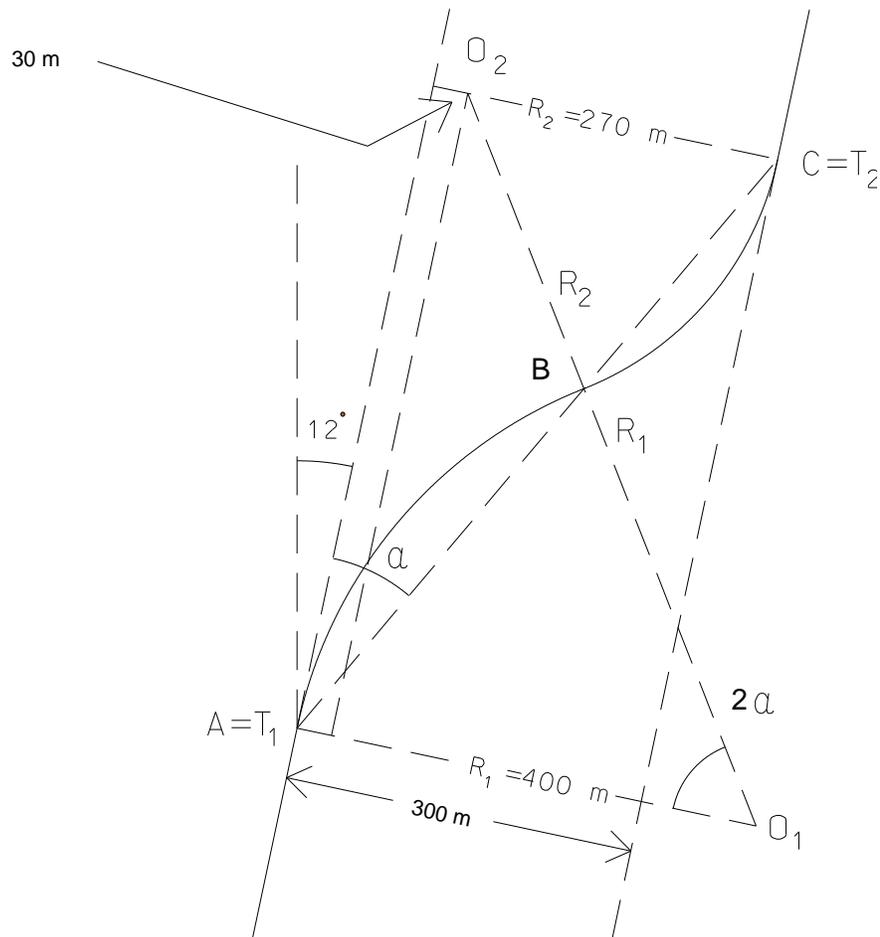
$$R_{CB} = 271^\circ.4852$$

$$\alpha_2 = 77^\circ.7492$$

$$\beta = 23^\circ.6339$$

$$R_2 = 126.083 \text{ m}$$

15.



$$\cos 2\alpha = \frac{370}{670} \Rightarrow 2\alpha = 56^\circ.4793$$

$$\text{arco AB} = 2\alpha R_1 = 394.300 \text{ m}$$

$$\text{arco BC} = 2\alpha R_2 = 266.152 \text{ m}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{\overline{O_1 O_2}}{R_1 + R_2} \Rightarrow \overline{O_1 O_2} = 558.570 \text{ m}$$

$$\begin{cases} M_A = 0 \text{ m} \\ P_A = 0 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = M_A + \overline{AB} \sin R_{AB} = 2R_1 \sin \alpha \sin(12^\circ + \alpha) = 244.524 \text{ m} \\ P_B = P_A + \overline{AB} \cos R_{AB} = 2R_1 \sin \alpha \cos(12^\circ + \alpha) = 288.949 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_C = M_A + \overline{AC} \sin R_{AC} = (2R_1 \sin \alpha + 2R_2 \sin \alpha) \sin(12^\circ + \alpha) = 409.578 \text{ m} \\ P_C = P_A + \overline{AC} \cos R_{AC} = (2R_1 \sin \alpha + 2R_2 \sin \alpha) \cos(12^\circ + \alpha) = 483.990 \text{ m} \end{cases}$$

16. Para haver equilíbrio, tem-se $F_T = P_T$, ou seja, $F \cos \alpha = P \sin \alpha$, donde $S = v^2/gR$ (esta relação não entra em consideração com o atrito dos pneus com pavimento).

Considerando o atrito, a sobrelevação S pode ser diminuída: $S = v^2/gR - f$.

Para $v = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ e $R = 382 \text{ m}$, no primeiro caso tem-se $S = 0.24 = 24\%$; no segundo caso, com $f = 0.16$, tem-se $S = 0.24 - 0.16 = 0.08 = 8\%$.

$$17. \quad v = \sqrt{(S+f)gR} = \sqrt{(0.04+0.15) \times 9.8 \times 400} = 27.29 \text{ m/s} = 98.25 \text{ km/h}$$

$$18. \quad R = \frac{36000}{2\pi D_a} = 520.870 \text{ m}, \quad S = \frac{v^2}{gR} - f = \frac{30^2}{9.8 \times 520.870} - 0.15 = 0.03 = 3\%$$

$$19. \quad R = \frac{v^2}{g(S+f)} = \frac{38.88^2}{9.8 \times (0+0.11)} = 1402.27 \text{ m}$$

$$20. \quad f = \frac{v^2}{gR} - S = \frac{38.88^2}{9.8 \times 600} = 0.257 = 25.7\%$$

21. Utilizam-se clotóides como curvas de transição para evitar a descontinuidade na curvatura que se verifica quando se passa de uma tangente para uma curva circular ou de uma curva circular para uma tangente.

$$D_a = 26^\circ, \quad R = \frac{36000}{2\pi D_a} = 220.37 \text{ m}, \quad I = 40^\circ, \quad L_S = 75 \text{ m}, \quad V = 5461.46 \text{ m}, \quad \Delta = \frac{L_S D_a}{200} \frac{\pi}{180^\circ} = 0.1701696021 \text{ rad},$$

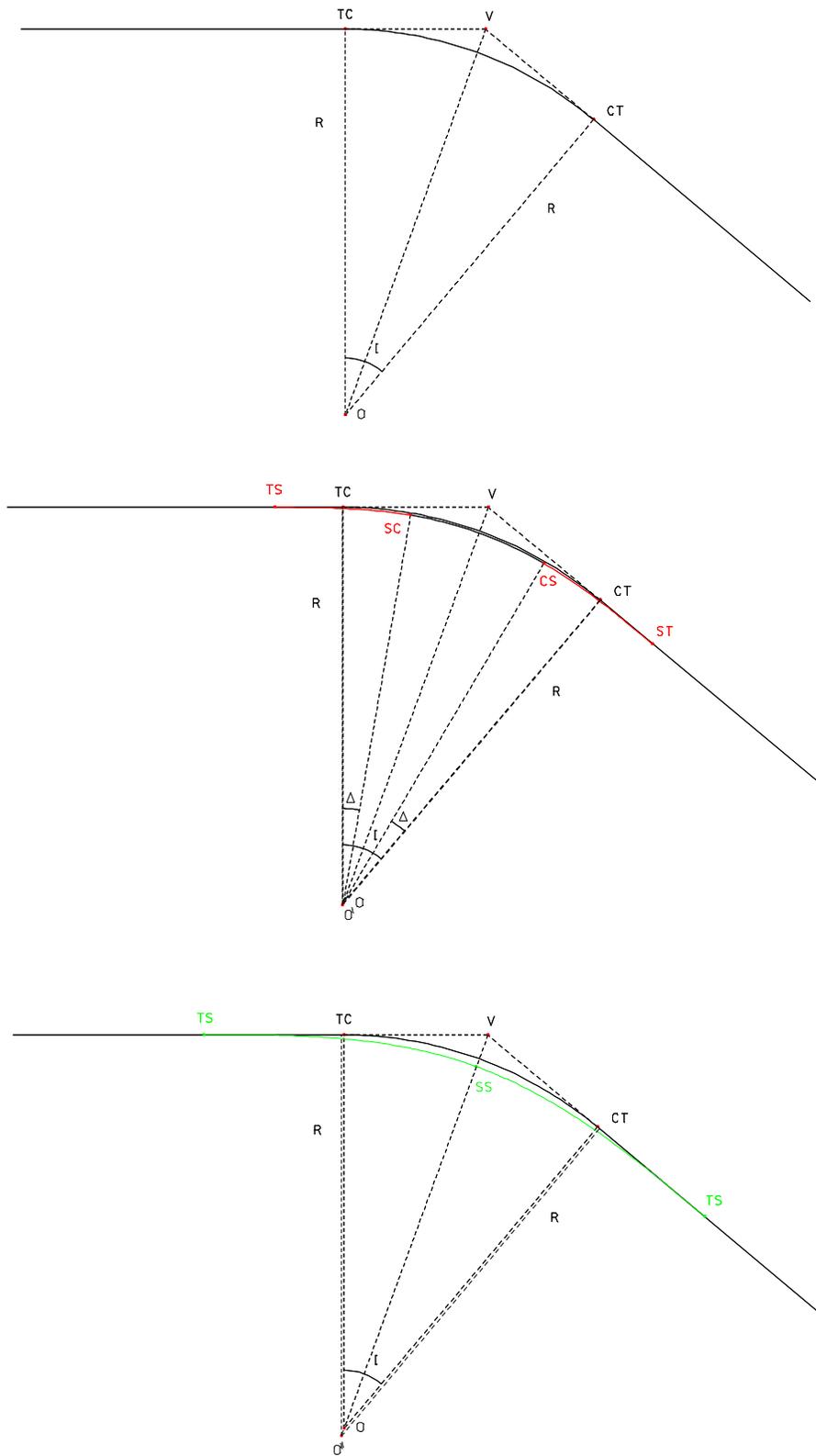
$$L_{a_{original}} = \frac{RI\pi}{180^\circ} = 153.84 \text{ m},$$

$$L_{a_{final}} = \frac{R(I-2\Delta)\pi}{180^\circ} = 78.85 \text{ m}, \quad X = L_S \left(1 - \frac{\Delta^2}{10} + \frac{\Delta^4}{216} - \frac{\Delta^6}{9360}\right) = 74.78 \text{ m}, \quad Y = L_S \left(\frac{\Delta}{3} - \frac{\Delta^3}{42} + \frac{\Delta^5}{1320} - \frac{\Delta^7}{75600}\right) = 4.25 \text{ m},$$

$$o = Y - R(1 - \cos \Delta) = 1.07 \text{ m}, \quad T_S = 118.06 \text{ m}, \quad EE' = \frac{o}{\cos \frac{I}{2}} = \frac{1.07}{\cos 20^\circ} = 1.14 \text{ m (ripagem)}$$

$$TS = V - T_S = 5343.40 \text{ m}, \quad SC = TS + L_S = 5418.40 \text{ m}, \quad CS = SC + L_{a_{final}} = 5497.25 \text{ m}, \quad ST = CS + L_S = 5572.25 \text{ m},$$

$$\text{anulando-se o arco circular, então } I - 2\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{I}{2} = 20^\circ, \text{ de } \frac{L_S D_a}{200} = \Delta \Rightarrow L_S = \frac{200\Delta}{D_a} = 153.84 \text{ m } (= L_{a_{original}})$$



22. $I=53^{\circ}.5, D_a=28^{\circ}.0, V=3014.143$

$$\text{de } \frac{D}{100 \text{ m}} = \frac{D_a}{L_S} = \frac{20^{\circ}}{100 \text{ m}} \Rightarrow L_S = \frac{100 \text{ m} \times D_a}{20^{\circ}} = 140 \text{ m}, \Delta = \frac{L_S D_a}{200} \frac{\pi}{180^{\circ}} = 0.3420845334 \text{ rad}$$

$$L_{a_{\text{original}}} = R I \frac{\pi}{180} = 191.071 \text{ m (arco circular original)}, L_{a_{\text{final}}} = R(I - 2\Delta) \frac{\pi}{180^{\circ}} = 51.071 \text{ m (arco circular final)}$$

$$X = L_S \left(1 - \frac{\Delta^2}{10} + \frac{\Delta^4}{216} - \frac{\Delta^6}{9360}\right) = 138.371 \text{ m}, Y = L_S \left(\frac{\Delta}{3} - \frac{\Delta^3}{42} + \frac{\Delta^5}{1320} - \frac{\Delta^7}{75600}\right) = 15.831 \text{ m}$$

$$o = Y - R(1 - \cos \Delta) = 3.974 \text{ m}, T_S = X - R \sin \Delta + (R + o) \tan \frac{I}{2} = 174.873 \text{ m}$$

$$EE' = \frac{3.974}{\cos 26.75^{\circ}} = 4.450 \text{ m (ripagem)}, EV = 28.975 \text{ m}$$

$$TS = V - T_S = 2839.270 \text{ m}, SC = TS + L_S = 2979.270 \text{ m}, CS = SC + L_{a_{\text{final}}} = 3030.343 \text{ m}, ST = CS + L_S = 3170.343 \text{ m}$$

23. $L_{a_{\text{original}}} = 600 \text{ m}, I=40^{\circ}.5, L_S=100 \text{ m}, V=1790.040 \text{ m}$

$$L_{a_{\text{original}}} = R I \Rightarrow R = \frac{L_{a_{\text{original}}}}{I \frac{\pi}{180^{\circ}}} = 848.826 \text{ m}, D_a = \frac{36000}{2\pi R} = 6^{\circ}.75, \Delta = \frac{L_S D_a}{200} = 3^{\circ}.375 = 0.058905 \text{ rad}$$

$$L_{a_{\text{final}}} = R(I - 2\Delta) = 500.000 \text{ m}, X = L_S \left(1 - \frac{\Delta^2}{10} + \frac{\Delta^4}{216} - \frac{\Delta^6}{9360}\right) = 99.965 \text{ m},$$

$$Y = L_S \left(\frac{\Delta}{3} - \frac{\Delta^3}{42} + \frac{\Delta^5}{1320} - \frac{\Delta^7}{75600}\right) = 1.963 \text{ m}$$

$$o = Y - R(1 - \cos \Delta) = 0.491 \text{ m}, EE' = \frac{0.491}{\cos 20.25^{\circ}} = 0.523 \text{ m (ripagem)},$$

$$T_S = X - R \sin \Delta + (R + o) \tan \frac{I}{2} = 363.324 \text{ m},$$

$$TS = V - T_S = 1426.716 \text{ m}, SC = TS + L_S = 1526.716 \text{ m}, CS = SC + L_{a_{\text{final}}} = 2026.716 \text{ m},$$

$$ST = CS + L_S = 2126.716 \text{ m}$$

Estação: TS (elementos de implantação da 1ª clotóide)

Estaca	ℓ_s	$\delta = \Delta \frac{\ell_s^2}{L_S^2}$	$x = \ell_s \left(1 - \frac{\delta^2}{10} + \frac{\delta^4}{216} - \frac{\delta^6}{9360}\right)$	$y = \ell_s \left(\frac{\delta}{3} - \frac{\delta^3}{42} + \frac{\delta^5}{1320} - \frac{\delta^7}{75600}\right)$	$c = \sqrt{x^2 + y^2}$
1450	23.284 m	0.013715 rad	23.284 m	0.106 m	23.284 m
1475	48.284 m	0.028442 rad	48.280 m	0.458 m	48.282 m
1500	73.284 m	0.043168 rad	73.270 m	1.054 m	73.278 m
1525	98.284 m	0.057894 rad	98.251 m	1.896 m	98.269 m
1526.716	100.000 m	0.058905 rad	99.965 m	1.963 m	99.984 m

Estação: SC (elementos de implantação do arco circular)

Estaca	s	$\theta=s/R$	$\delta=\theta/2$	$c=2R\sin \delta$
1600	$s=1600-1526.716=73.284$ m	$\theta=4^{\circ}9'46.7$	$\delta=2^{\circ}.4734$	$c=73.263$ m
1700	$s=1700-1526.716=173.284$ m	$\Theta=11^{\circ}.6967$	$\delta=5^{\circ}.8484$	$c=172.985$ m
1800	$s=1800-1526.716=273.284$ m	$\Theta=18^{\circ}.4467$	$\delta=9^{\circ}.2234$	$c=272.107$ m
1900	$s=1900-1526.716=373.284$ m	$\Theta=25^{\circ}.1967$	$\delta=12^{\circ}.5984$	$c=370.285$ m
2000	$s=1700-1526.716=473.284$ m	$\Theta=31^{\circ}9'46.7$	$\delta=15^{\circ}.9764$	$c=467.264$ m
2026.716	$s=2026.716-1526.716=500$ m	$\Theta=33^{\circ}.7500$	$\delta=16^{\circ}.8750$	$c=492.802$ m

Estação: CS (elementos de implantação da 2ª clotoide)

Estaca	ℓ_s	$\delta = \Delta \frac{\ell_s^2}{L_s^2}$	$x = \ell_s \left(1 - \frac{\delta^2}{10} + \frac{\delta^4}{216} - \frac{\delta^6}{9360} \right)$	$y = \ell_s \left(\frac{\delta}{3} - \frac{\delta^3}{42} + \frac{\delta^5}{1320} - \frac{\delta^7}{75600} \right)$	$c = \sqrt{x^2 + y^2}$
2050	23.284 m	0.013715 rad	23.284 m	0.106 m	23.284 m
2075	48.284 m	0.028442 rad	48.280 m	0.458 m	48.282 m
2100	73.284 m	0.043168 rad	73.270 m	1.054 m	73.278 m
2125	98.284 m	0.057894 rad	98.251 m	1.896 m	98.269 m
2126.716	100.000 m	0.058905 rad	99.965 m	1.963 m	99.984 m

```

real*8 pi,V,I,Da,Ls,delta,R,La,X,Y,o,T,TS,SC,CS,ST,A
real*8 lis,di,ai,xi,yi,ci,EV

open (100,file='espiral.dat')

pi=4.0*atan(1.0)

V=1790.040 !ponto de interseccao das tangentes
I=40.5*pi/180.0 !angulo de dupla deflexao do arco circular
Da=6.75 !grau da curva

write (*,'(a)') ' Comprimento da clotoide (m) ? '
read (*,*) Ls
write (*,*)
write (*,200) ' Ls=',Ls,' m'
200 format (a4,f8.3,a2)

c angulo central da clotoide em SC, em radianos

delta=Ls*Da/200.0*pi/180.0
write (*,201) ' delta=',delta*180/pi,' graus'
201 format (a7,f8.3,a7)

c angulo ao centro do arco circular final

write (*,207) ' I-2*delta=',(I-2.0*delta)*180.0/pi,' graus'
207 format (a11,f8.3,a6)

c raio do arco circular, em metros

R=36000.0/(2*pi*Da)
write (*,202) ' R=',R,' m'
202 format (a3,f8.3,a2)

c comprimento do arco circular original, em metros

La=100.0*I/Da
write (*,203) ' La original=',La*180.0/pi,' m'
203 format (a13,f8.3,a2)
    
```

```

c comprimento do arco circular final, em metros

La=100.0*(I-2*delta)/Da
write (*,204) ' La final=',La*180.0/pi,' m'
204 format (a10,f8.3,a2)

c coordenadas do ponto SC em relacao ao ponto TS (NAO ALTERAR OS SINAIS DE X OU Y)

X=Ls*(1.0-delta**2/10.0+delta**4/216.0-delta**6/9360.0)
Y=Ls*(delta/3.0-delta**3/42.0+delta**5/1320.0-delta**7/75600.0)
write (*,202) ' X=',X,' m'
write (*,202) ' Y=',Y,' m'

c comprimento o

o=Y-R*(1.0-cos(delta))
write (*,202) ' o=',o,' m'

c translacao ao longo da bissectriz

EV=R*(1.0/cos(I/2.0)-1.0)+o/cos(I/2.0)
write (*,200) ' EV=',EV,' m'

c comprimento Ts

T=X-R*sin(delta)+(R+o)*tan(I/2.0)
write (*,200) ' Ts=',T,' m'

c pontos TS, SC, CS, ST

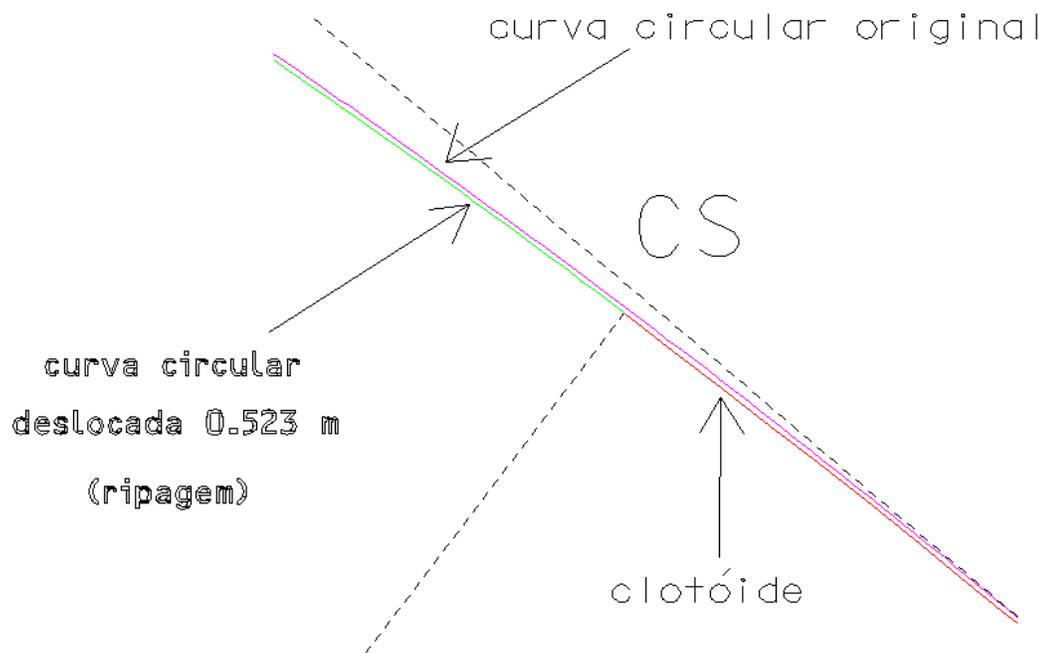
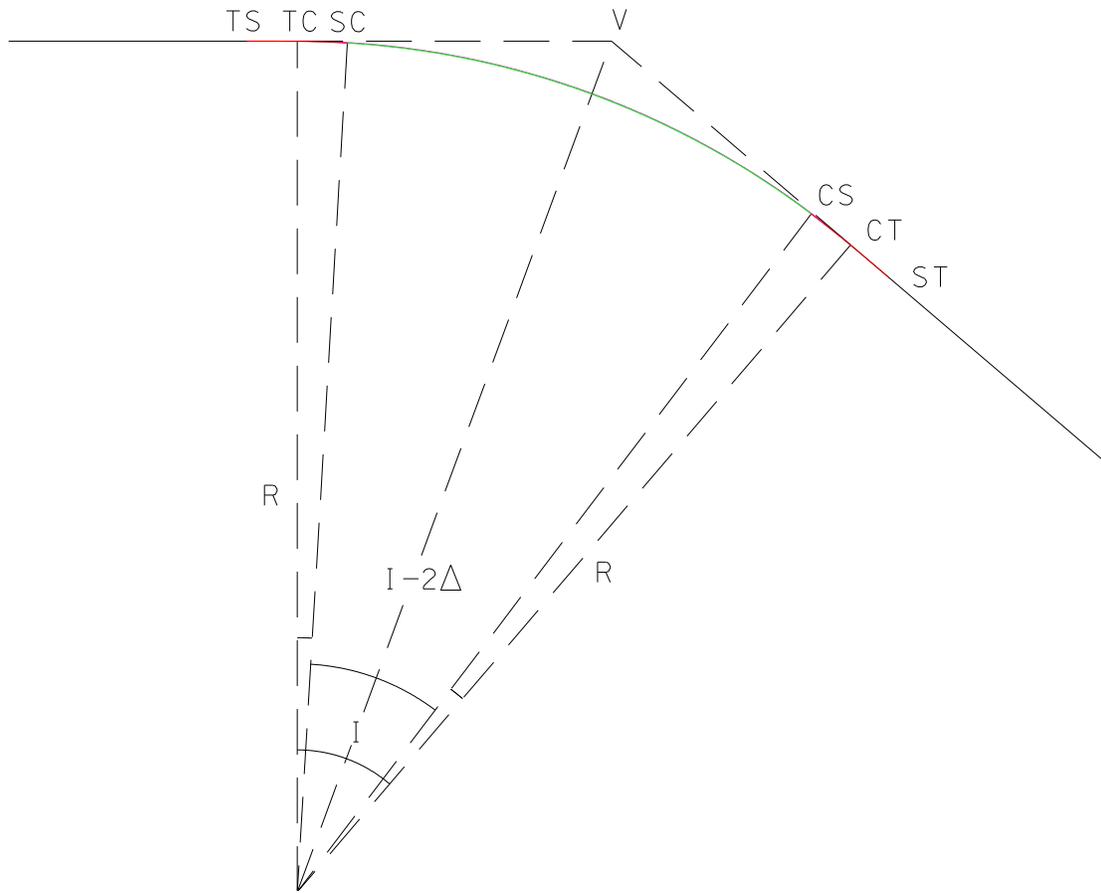
TS=V-T
SC=TS+Ls
CS=SC+La*180.0/pi
ST=CS+Ls
write (*,200) ' V=',V,' m'
write (*,200) ' TS=',TS,' m'
write (*,200) ' SC=',SC,' m'
write (*,200) ' CS=',CS,' m'
write (*,200) ' ST=',ST,' m'

c angulo de deflexao em SC

A=delta/3.0
write (*,205) ' A=',A*180.0/pi,' graus'
205 format (a3,f8.3,a6)

lis=0.0
do while (lis.le.Ls)
di=lis**2/Ls**2*delta
xi=lis*(1.0-di**2/10.0+di**4/216.0-di**6/9360.0)
yi=lis*(di/3.0-di**3/42.0+di**5/1320.0-di**7/75600.0)
ai=A*lis**2/Ls**2
ci=sqrt(xi**2+yi**2)
write (100,300) -xi,yi
300 format (2f8.3)
lis=lis+25.0
end do

end
    
```



24. As curvas de transição, que devem ser clotoídes nos IP e IC, têm como função assegurar a variação contínua da aceleração centrífuga entre os alinhamentos rectos e as curvas circulares.

$$D_a = 18^\circ, R = \frac{36000}{2\pi D_a} = 318.310\text{m}, I = 44^\circ, L_S = 128.265\text{m}, V = 15225.853 \text{ m}$$

$$\Delta = \frac{L_S}{2R} = 0.2014781188\text{rad}, L_a^{\text{inicial}} = RI = 244.445 \text{ m}, L_a^{\text{final}} = R(I - 2\Delta) = 116.180\text{m}$$

$$\begin{cases} X = L_S \left(1 - \frac{\Delta^2}{10} + \frac{\Delta^4}{216} - \frac{\Delta^6}{9360} \right) = 127.745\text{m} \\ Y = L_S \left(\frac{\Delta}{3} - \frac{\Delta^3}{42} + \frac{\Delta^5}{1320} - \frac{\Delta^7}{75600} \right) = 8.589\text{m} \end{cases}$$

$$o = Y - R(1 - \cos\Delta) = 2.150\text{m}, EE' = \frac{2.150}{\cos 22^\circ} = 2.319\text{m}, T_s = X - R \sin \Delta + (R + o) \tan \frac{I}{2} = 193.520\text{m}$$

$$TS = V - T_s = 15032333\text{m}, SC = TS + L_S = 15160598\text{m}, CS = SC + L_a^{\text{final}} = 15276778\text{m}, ST = CS + L_S = 15405043\text{m}$$

As estacas nos pontos TS, SC, CS, ST e nos pontos múltiplos de 25 m são implantadas através do ângulo de deflexão (medido a partir da tangente no ponto estação) e do comprimento da corda, (a,c):

Cálculo do primeiro arco de clotoíde: estação no ponto TS, estacas c/ quilometragem múltipla de 25 m:

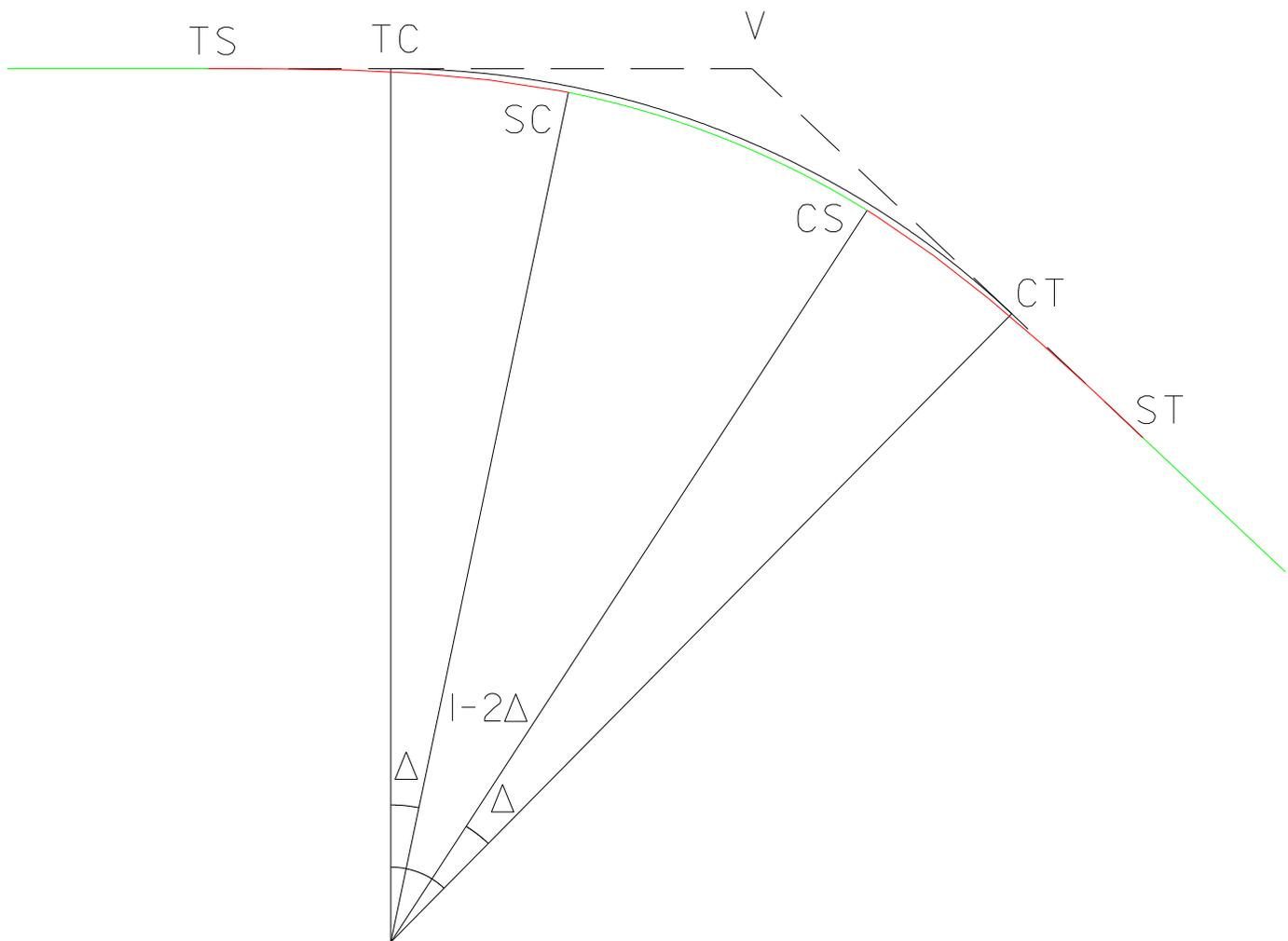
Estaca	$\ell_S = \text{estaca-TS}$	$\delta = \frac{\ell_S^2}{L_S^2} \Delta$	$x = \ell_S \left(1 - \frac{\delta^2}{10} + \frac{\delta^4}{216} - \frac{\delta^6}{9360} \right)$	$y = \ell_S \left(\frac{\delta}{3} - \frac{\delta^3}{42} + \frac{\delta^5}{1320} - \frac{\delta^7}{75600} \right)$	$c = \sqrt{x^2 + y^2}$	$a = \left(\frac{\ell_S}{L_S} \right)^2 A, A = \frac{\Delta}{3}$
15050	$\ell_S = 17.667 \text{ m}$	$\delta = 0.003822409169 \text{ rad}$	$x=17.667 \text{ m}$	$y=0.002 \text{ m}$	$c=17.667 \text{ m}$	$a=0^\circ5300$
15075	$\ell_S = 42.667 \text{ m}$	$\delta = 0.02229439913 \text{ rad}$	$x=42.665 \text{ m}$	$y=0.317 \text{ m}$	$c=42.666 \text{ m}$	$a=1^\circ2800$
15100	$\ell_S = 67.667 \text{ m}$	$\delta = 0.0560744989 \text{ rad}$	$x=67.646 \text{ m}$	$y=1.265 \text{ m}$	$c=67.658 \text{ m}$	$a=2^\circ0300$
15125	$\ell_S = 92.667 \text{ m}$	$\delta = 0.1051627085 \text{ rad}$	$x=92.565 \text{ m}$	$y=3.246 \text{ m}$	$c=92.622 \text{ m}$	$a=2^\circ7800$
15150	$\ell_S = 117.667 \text{ m}$	$\delta = 0.169559028 \text{ rad}$	$x=117.329 \text{ m}$	$y=6.637 \text{ m}$	$c=117.517 \text{ m}$	$a=3^\circ5300$
SC	$\ell_S = 128.255 \text{ m}$	$\delta = 0.2014781188 \text{ rad}$	$x=127.735 \text{ m}$	$y=8.589 \text{ m}$	$c=128.023 \text{ m}$	$a=3^\circ8479$

Cálculo do arco circular: estação no ponto SC, estacas c/ quilometragem múltipla de 25 m:

Estaca	$s = \text{estaca-SC}$	$a = \frac{s}{2R}$	$c = 2R \sin a$
15200	$s=39.402 \text{ m}$	$a=3^\circ5462$	$c=39.377 \text{ m}$
15225	$s=64.402 \text{ m}$	$a=5^\circ.7962$	$c=64.292 \text{ m}$
15250	$s=89.402 \text{ m}$	$a=8^\circ0462$	$c=89.108 \text{ m}$
15275	$s=114.402 \text{ m}$	$a=10^\circ2962$	$c=113.787 \text{ m}$
CS	$s=116.180 \text{ m}$	$a=10.4562$	$c=115.536 \text{ m}$

Cálculo do segundo arco de clotoíde: estação no ponto CS, estacas c/ quilometragem múltipla de 25 m:

Estaca	$\ell_S = \text{estaca-CS}$	$\delta = \frac{\ell_S^2}{L_S^2} \Delta$	$x = \ell_S \left(1 - \frac{\delta^2}{10} + \frac{\delta^4}{216} - \frac{\delta^6}{9360} \right)$	$y = \ell_S \left(\frac{\delta}{3} - \frac{\delta^3}{42} + \frac{\delta^5}{1320} - \frac{\delta^7}{75600} \right)$	$c = \sqrt{x^2 + y^2}$	$a = \left(\frac{\ell_S}{L_S} \right)^2 A, A = \frac{\Delta}{3}$
15300	$\ell_S = 23.222 \text{ m}$	$\delta = 0.00660456764 \text{ rad}$	$x=23.222 \text{ m}$	$y=0.005 \text{ m}$	$c=23.222 \text{ m}$	$a=0^\circ6967$
15325	$\ell_S = 48.222 \text{ m}$	$\delta = 0.02847750872 \text{ rad}$	$x=48.218 \text{ m}$	$y=0.458 \text{ m}$	$c=48.220 \text{ m}$	$a=1^\circ4467$
15350	$\ell_S = 73.222 \text{ m}$	$\delta = 0.0656590705 \text{ rad}$	$x=73.190 \text{ m}$	$y=1.602 \text{ m}$	$c=73.206 \text{ m}$	$a=2^\circ1967$
15375	$\ell_S = 98.222 \text{ m}$	$\delta = 0.1181487421 \text{ rad}$	$x=98.085 \text{ m}$	$y=3.864 \text{ m}$	$c=98.161 \text{ m}$	$a=2^\circ9467$
15400	$\ell_S = 123.222 \text{ m}$	$\delta = 0.1859465236 \text{ rad}$	$x=122.797 \text{ m}$	$y=7.619 \text{ m}$	$c=123.033 \text{ m}$	$a=3^\circ6967$
ST	$\ell_S = 128.255 \text{ m}$	$\delta = 0.2014781188 \text{ rad}$	$x=127.735 \text{ m}$	$y=8.589 \text{ m}$	$c=128.023 \text{ m}$	$a=3^\circ8479$



$$T = R \tan \frac{I}{2} = 128.606\text{m} = V-TC$$

Procedimento de campo:

- Estacionar em TC, apontar para a tangente precedente e à distância $T-T_S=-64.914$ marcar o ponto TS.
- Estacionar em TS, apontar para a tangente precedente, reiterar o limbo azimutal do aparelho a 180° , girar o aparelho 180° , definindo a direcção da tangente para a frente e piquetar os pontos da tabela 1 (1ª clotóide) através dos respectivos (a,c).
- Estacionar em SC, apontar para TS, reiterar o limbo azimutal do aparelho a $180^\circ \pm 2\Delta/3$, girar o aparelho 180° , definindo a tangente à curva circular em SC e piquetar os pontos da tabela 2 (curva circular) através dos respectivos (a,c).
- Estacionar em CS, apontar para SC, reiterar o limbo azimutal do aparelho a $180^\circ \pm (I-2\Delta)/2$, girar o aparelho 180° , definindo a direcção da tangente para a frente e piquetar os pontos da tabela 3 (2ª clotóide) através dos respectivos (a,c).

25. $R_c=50.00$ m
 $L_s=60.00$ m
 $I=250^\circ$

Configuração original (curva circular): $\frac{\sin 55^\circ}{VT} = \frac{\sin 35^\circ}{50} \Rightarrow VT = 50 \frac{\sin 55^\circ}{\sin 35^\circ} = 71.407$ m

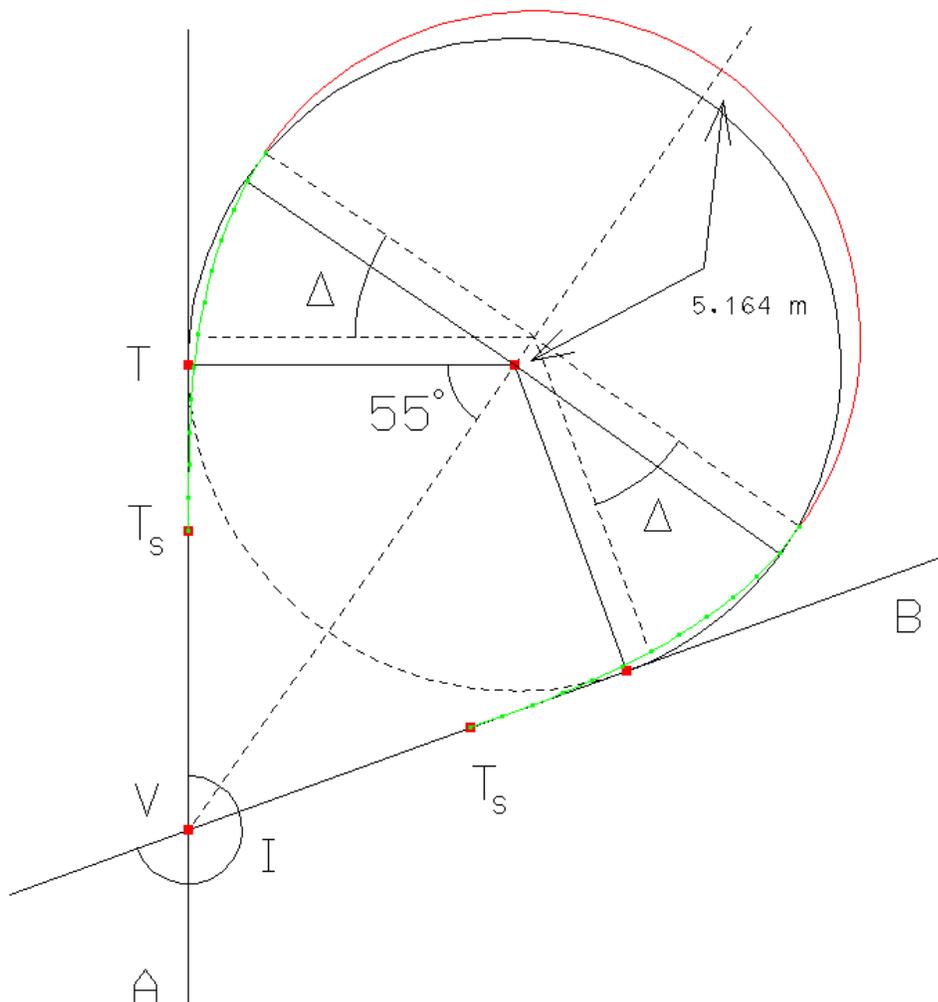
$$\Delta = \frac{L_s}{2R_c} = 0.6 \text{ rad} = 34^\circ.377468$$

$$X_s = L_s \left(1 - \frac{\Delta^2}{10} + \frac{\Delta^4}{216} - \frac{\Delta^6}{9360} \right) = 57.876 \text{ m}$$

$$Y_s = L_s \left(\frac{\Delta}{3} - \frac{\Delta^3}{42} + \frac{\Delta^5}{1320} - \frac{\Delta^7}{75600} \right) = 11.695 \text{ m}$$

$$o = Y_s - R_c(1 - \cos \Delta) = 2.962 \text{ m}$$

$$EE' = \frac{2.962}{\cos 125} = -5.164 \text{ m}$$



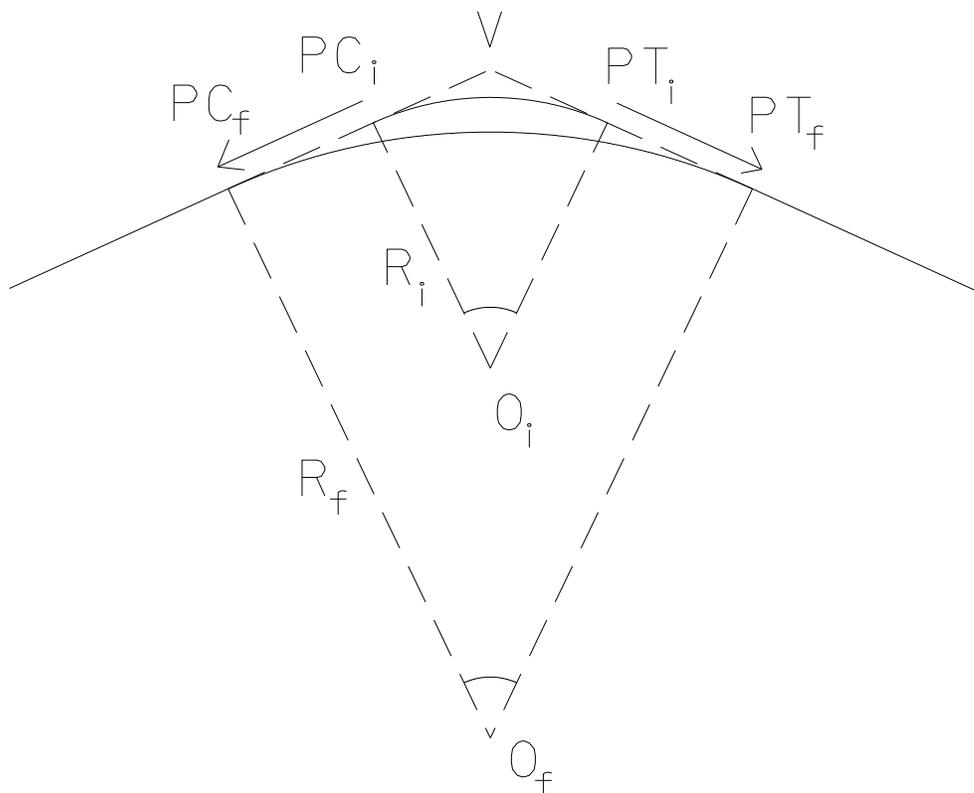
26. $I=50^\circ, 56m \leq T \leq 60m, T = R \tan \frac{I}{2} \Rightarrow R = \frac{T}{\tan \frac{I}{2}} \Rightarrow \begin{cases} \text{se } T = 56m, R = 120.092m, D_a = \frac{36000}{2\pi R} = 47^\circ.7099 \\ \text{se } T = 60m, R = 128.670m, D_a = \frac{36000}{2\pi R} = 44^\circ.5292 \end{cases}$

os valores inteiros de D_a que verificam a condição pertencem ao conjunto $\{ 45^\circ, 46^\circ, 47^\circ \}$; destes, o que minimiza a curvatura (maximiza o raio de curvatura) é $D_a=45^\circ$; para este valor, tem-se:

$R = \frac{36000}{2\pi D_a} = 127.324m, T = R \tan \frac{I}{2} = 59.372m, L_a=RI=111.111m$, sendo $V=2843.980m, PC=V-T=2784.608m$

Os parâmetros de implantação das estacas que definem a nova curva circular são:

Estaca	Arco	Deflexão	Corda
2800	$s=2800-PC=15.392m$	$d=s/2R=3^\circ.4632$	$c=2R\text{sin}d=15.383m$
2825	$s=2825-PC=40.392m$	$d=s/2R=9^\circ.0882$	$c=2R\text{sin}d=40.223m$
2850	$s=2850-PC=65.392m$	$d=s/2R=14^\circ.7132$	$c=2R\text{sin}d=64.676m$
2875	$s=2875-PC=90.392m$	$d=s/2R=20^\circ.3382$	$c=2R\text{sin}d=88.506m$
2895.719	$s=PT-PC=111.111m$	$d=s/2R=25^\circ.0000$	$c=2R\text{sin}d=107.619m$



Procedimento de campo: estacionando em V , aponta-se para uma estaca que define a tangente precedente e à distância T marca-se o ponto PC_f ; estacionando em PC_f , aponta-se para V , reitera-se o limbo azimutal a 0° e efectua-se a piquetagem das estacas com os respectivos parâmetros de implantação.

Anulando-se o arco circular, tem-se $I-2\Delta=0$, donde $\Delta=I/2$, $L_S=200\Delta/D_a=111.111$ m:

$X=109.014$ m, $Y=15.942$ m, $o=5.532$ m, $T_S=116.450$ m

$TS=V-T_S=2727.530$ m, $SS=TS+L_S=2838.641$ m, $ST=SS+L_S=2949.752$ m

Os parâmetros de implantação das estacas que definem as clotóides são:

Estaca	$\ell_S = \text{estaca-CS}$	$\delta = \frac{\ell_S^2}{L_S} \Delta$	$x = \ell_S \left(1 - \frac{\delta^2}{10} + \frac{\delta^4}{216} - \frac{\delta^6}{9360}\right)$	$y = \ell_S \left(\frac{\delta}{3} - \frac{\delta^3}{42} + \frac{\delta^5}{1320} - \frac{\delta^7}{75600}\right)$	$c = \sqrt{x^2 + y^2}$	$a = \left(\frac{\ell_S}{L_S}\right)^2 A, A = \frac{\Delta}{3}$
2750	22.470 m	0°.3408	22.470 m	0.045 m	22.470 m	
2775	47.470 m	1°.5210	47.467 m	0.420 m	47.469 m	
2800	72.470 m	3°.5450	72.442 m	1.494 m	72.457 m	
2825	97.470 m	6°.4128	97.350 m	3.633 m	97.418 m	
2838.641	111.111 m	8°.3333	110.876 m	5.379 m	111.06	

27. $L=500$ m, $G_1=1.50\%=1.50/100$, $G_2=-3.50\%=-3.5/100$, $y_V=850.85$ m

$$Y_A = y_V - \frac{L}{2} G_1 = 850.85 - \frac{500}{2} \frac{1.5}{100} = 847.10 \text{ m}$$

$$y = \frac{G_2 - G_1}{2L} x^2 + G_1 x + y_A = -0.00005x^2 + 0.015x + 847.10$$

$$\frac{dy}{dx} = -0.0001x + 0.015; \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow -0.0005x + 0.015 = 0 \Rightarrow x_M = 150 \text{ m}$$

$$y_M = -0.00005 \times 150^2 + 0.015 \times 150 + 847.10 = 848.23 \text{ m}$$

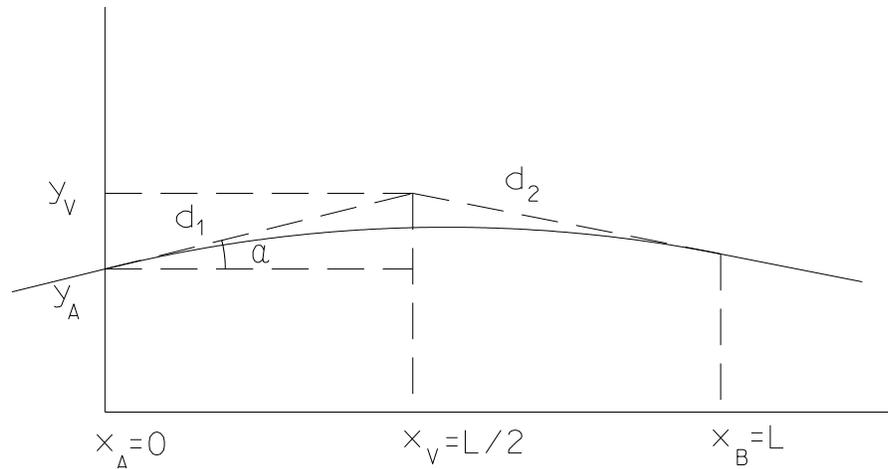
Δx	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$-0.00005 \Delta x^2$	0	-0.125	-0.5	-1.125	-2	-3.125	-4.5	-6.125	-8	-10.125	-12.5
$0.015 \Delta x$	0	0.75	1.5	2.25	3	3.75	4.5	5.25	6	6.75	7.5
y_A	874.10	874.10	874.10	874.10	874.10	874.10	874.10	874.10	874.10	874.10	874.10
Y	847.10	847.73	848.10	848.23	848.10	847.73	847.10	846.23	845.10	843.73	842.10

28. $d_1=2.5\%=2.5/100$, $d_2=-2\%=-2/100$, $L=120$ m, $X_V=364.370$ m, $x_V=L/2$ m, $y_V=50.360$ m

$$\frac{d^2y}{dx^2} = c = \text{constante}$$

$$\frac{dy}{dx} = cx + c_1 \Rightarrow \begin{cases} x=0: d_1 = c_1 \\ x=L: d_2 = cL + d_1 \Rightarrow c = \frac{d_2 - d_1}{L} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d_2 - d_1}{L} x + d_1 \end{cases}$$

$$y = \frac{d_2 - d_1}{2L} x^2 + d_1 x + y_A$$



$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d_2 - d_1}{L} = -0.000375$$

$$X_A = X_V - \frac{L}{2} = 364.370 - 60 = 304.370\text{m}$$

$$\tan \alpha = d_1 = \frac{y_V - y_A}{x_V - x_A} \Rightarrow y_A = y_V - \frac{Ld_1}{2} = 48.860\text{m}$$

$$X_B = X_V + \frac{L}{2} = 364.370 + 60 = 424.370\text{m}$$

$$d_2 = \frac{y_V - y_B}{x_B - x_V} \Rightarrow y_B = y_V + \frac{Ld_2}{2} = 49.160\text{m}$$

$$x_M = -\frac{d_1L}{d_2 - d_1} = 66.667\text{m} \Rightarrow X_M = 371.037\text{m}$$

$$y_M = \frac{d_2 - d_1}{2L} x_M^2 + d_1 x_M + y_A = 51.914\text{m}$$

29.

Equação da parábola: $y = \frac{G_2 - G_1}{2L} x^2 + G_1 x + y_{T_1} = \frac{0.035}{L} x^2 - 0.06x + y_{T_1}$

de $\tan \alpha = \frac{y_{T_1} - y_V}{x_{T_1} - x_V} \Rightarrow -\frac{L}{2} G_1 = y_{T_1} - y_V \Rightarrow y_{T_1} = y_V + 0.03L$

no ponto P: $61.61 = \frac{0.035}{L} \left(\frac{L}{2} + 170\right)^2 - 0.06\left(\frac{L}{2} + 170\right) + 58.62 + 0.03L$

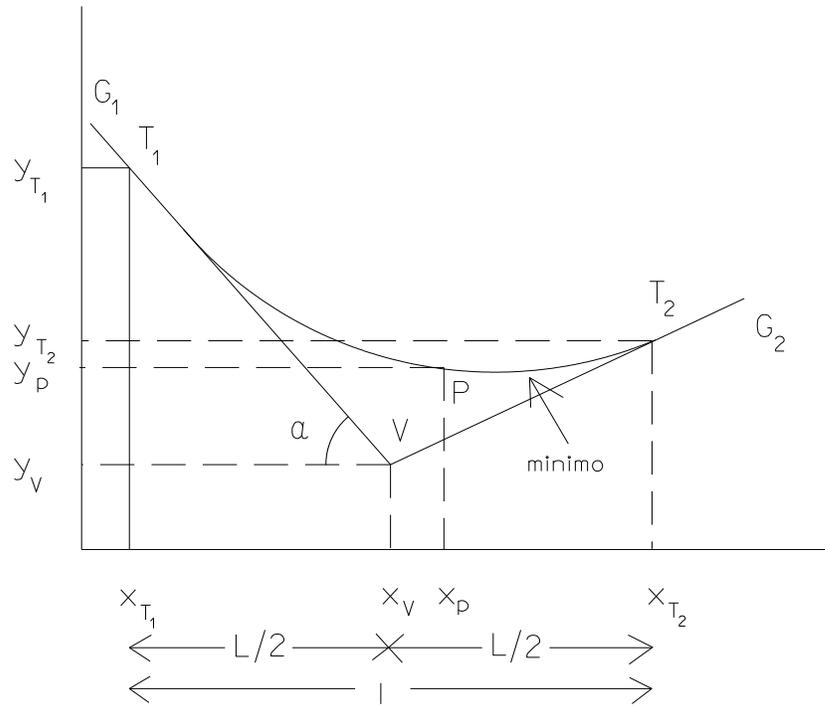
$$0.00875L^2 - 7.24L + 1011.5 = 0$$

$$L = 649.43 \text{ m} \quad \vee \quad L = 178.00 \text{ m}$$

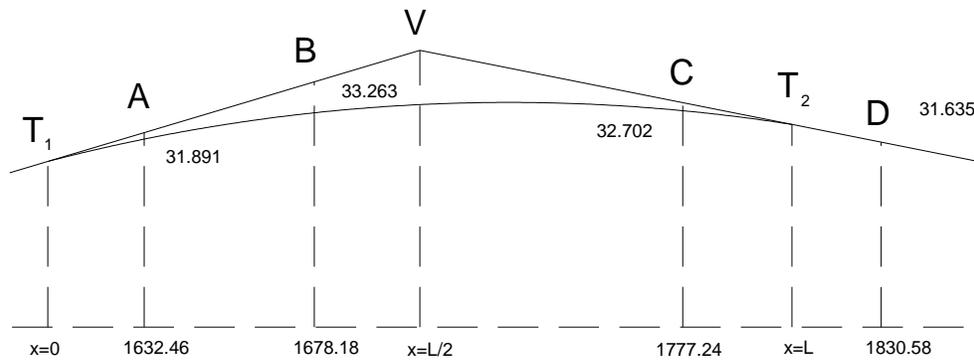
como se pretende que $L \geq 250 \text{ m}$, tem-se $L = 649.43 \text{ m}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{G_2 - G_1}{L} x_m + G_1 = 0 \Rightarrow x_m = 556.65 \text{ m}$$

a quilometragem do ponto mais baixo é $x_{T_1} + x_m = x_v - \frac{L}{2} + x_m = 2241.94 \text{ m}$



30.



a)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -2.5 \times 10^{-4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -2.5 \times 10^{-4} x + C : \begin{cases} x=0: \frac{dy}{dx} = G_1 = \frac{33.263 - 31.891}{1678.18 - 1632.46} = C \\ x=L: \frac{dy}{dx} = G_2 = \frac{31.635 - 32.702}{1830.58 - 1777.24} = -2.5 \times 10^{-4} L + C \end{cases} \Rightarrow L = \frac{-0.02 - 0.03}{-2.5 \times 10^{-4}} = 20$$

b)

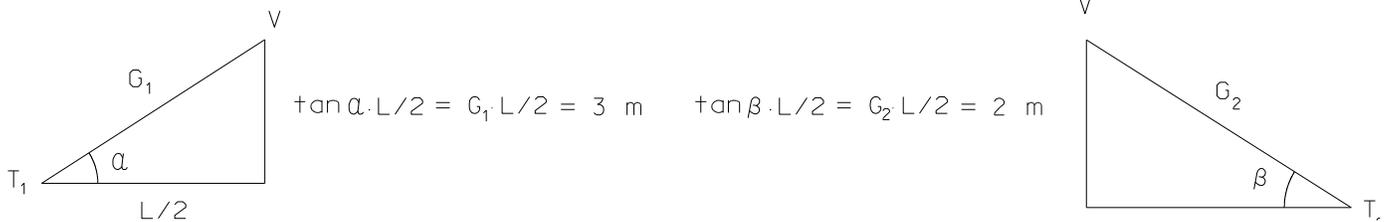
o ponto V obtém-se como intersecção dos segmentos $\overline{T_1V}$ e $\overline{VT_2}$:

$$\begin{cases} \frac{x_B - x_A}{x_V - x_A} = \frac{y_B - y_A}{y_V - y_A} \Rightarrow (x_B - x_A)(y_V - y_A) = (y_B - y_A)(x_V - x_A) \Rightarrow x_V = \frac{(x_B - x_A)(y_V - y_A)}{y_B - y_A} + x_A \\ \frac{x_D - x_C}{x_V - x_C} = \frac{y_D - y_C}{y_V - y_C} \Rightarrow (x_D - x_C)(y_V - y_C) = (y_D - y_C)(x_V - x_C) \Rightarrow x_V = \frac{(x_D - x_C)(y_V - y_C)}{y_D - y_C} + x_C \end{cases}$$

de $\frac{(x_B - x_A)(y_V - y_A)}{y_B - y_A} + x_A = \frac{(x_D - x_C)(y_V - y_C)}{y_D - y_C} + x_C$ tem-se

$$\begin{cases} y_V = \frac{(x_C - x_A)(y_B - y_A)(y_D - y_C) + (x_B - x_A)(y_D - y_C)y_A - (x_D - x_C)(y_B - y_A)y_C}{(x_B - x_A)(y_D - y_C) - (x_D - x_C)(y_B - y_A)} = 34.115 \text{ m} \\ x_V = 1706.57 \text{ m} \end{cases}$$

c)



$$x_{T_1} = x_V - \frac{L}{2} = 1606.57 \text{ m}$$

$$y_{T_1} = y_V - 3 = 31.115 \text{ m}$$

$$x_{T_2} = x_V + \frac{L}{2} = 1806.57 \text{ m}$$

$$y_{T_2} = y_V - 2 = 32.115 \text{ m}$$

d)

$$\text{de } \frac{dy}{dx} = -2.5 \times 10^{-4} x + 0.03 \Rightarrow y = -1.25 \times 10^{-4} x^2 + 0.03x + 31.115$$

Estação: $T_1=1606.57 \text{ m}$	$X = x_{T_1} - x$	$Y = -1.25 \times 10^{-4} X^2 + 0.03X + 31.115$
1625 m	18.43 m	31.625 m
1650 m	43.43 m	32.182 m
1675 m	68.43 m	32.583 m
1700 m	93.43 m	32.827 m
1725 m	118.43 m	32.915 m
1750 m	143.43 m	32.846 m
1775 m	168.43 m	32.622 m
1800 m	193.43 m	32.241 m
1806.57 m	200.00 m	32.115 m

e)

fazendo $\frac{dy}{dx} = 0$ vem $x_M = \frac{G_1}{2.5 \times 10^{-4}} = 120 \text{ m}$ (desde x_{T_1}) $\Rightarrow \begin{cases} x_M = 1606.57 + 120 = 1726.57 \text{ m} \\ y_M = 32.915 \text{ m} \end{cases}$

31. $G_1 = 0\%$, $G_2 = -50\%$, $CC_1 = 5.591\text{ m}$, $AB = 17.5\text{ m}$, $BV = 7.5\text{ m} \Rightarrow L = 15\text{ m}$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = r = \text{constante}$$

$$\frac{dy}{dx} = rx + H : \begin{cases} x = 0 : G_1 = \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = 0 = H \Rightarrow H = 0 \\ x = L : G_2 = \frac{dy}{dx} \Big|_{x=L} = -\frac{50}{100} = rL + H = rL \end{cases} \Rightarrow G_2 - G_1 = G_2 = rL \Rightarrow r = \frac{G_2}{L} = -\frac{50}{100 \times 15}$$

$$y = r \frac{x^2}{2} + Hx + y_{\text{origem da curva}} = -\frac{50}{200 \times 15} x^2 \Rightarrow y_C = -\frac{50}{200 \times 15} \times 15^2 = -3.75\text{ m}$$

$$\Rightarrow C = C(32.5, -3.75)$$

$$\tan \alpha = -\frac{50}{100} \Rightarrow \alpha = -26.565051 \Rightarrow CC_1 \cos \alpha = 5.000, CC_1 \sin \alpha = -2.500$$

$$\Rightarrow C_1 = C_1(37.5, 6.25)$$

$$\Rightarrow B_1 = B_1(52.5, -10.00)$$